

Daus i dades

Còmic cap a l'estadística
amb probabilitat 0,95 de ser-ho



ibae

INSTITUT BALEAR
D'ESTADÍSTICA

Daus i dades

Còmic cap a l'estadística
amb probabilitat 0,95 de ser-ho



GOVERN DE LES ILLES BALEARS

Vicepresidència i Conselleria
d'Economia, Comerç i Indústria

Direcció General d'Economia

CCIX

© Edició: **Direcció General d'Economia**

Direcció del projecte: **Antoni Monserrat i Moll. Director General d'Economia**

Coordinació general: **Jose Antonio Pipó Jaldo**

Realització: **Institut Balear d'Estadística**

Sant Feliu 8-A


07012 - Palma (Mallorca)

Telèfon 971 17 67 55

<http://ibae.caib.es>

E-mail: ibae@caib.es

Autor: **Javier Cubero**

Gestió i producció: **inrevés SLL** 

Il·lustracions: **Alex Fito i Linhart**

Color: **Pau Genestra**

Maquetació: **Xisco Alario i Margalida Capó**

Guió adaptat: **Felipe Hernández**

Traducció al català: **Caterina Canyelles**

Coordinació: **Sebastià Marí i Pere Joan**

Col·lecció: **Estadística al carrer. Volum 1**

Títol: **Daus i dades. Còmic cap a l'estadística amb probabilitat 0,95 de ser-ho**

Núm. IBAE: **CCIX**

Dipòsit legal: **PM 978-2000**

ISBN: **84-89745-53-6**

Impressió: **Imprenta Latina SL**

2^a Edició: **maig de 2001**

© Drets de reproducció: **Direcció General d'Economia**

Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria

L'estudi de les matemàtiques i dels conceptes estadístics sempre han tingut fama de ser unes disciplines difícils i poc atractives pel conjunt dels estudiants. És per això que des del Govern de les Illes Balears hem volgut contribuir, en aquest Any Mundial de les Matemàtiques, a la divulgació d'aquests coneixements amb la publicació del còmic *Daus i dades*.

L'edició d'aquest exemplar, que ha anat a cura de l'Institut Balear d'Estadística (IBAE) de la Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria, és un instrument eficaç que s'adapta als criteris didàctics dels plans d'estudis de l'ESO i la formació permanent d'adults, amb la qual cosa es pretén fer arribar en aquests col·lectius, principalment, uns coneixements que, a través d'aquest format, sens dubte, seran molt més atractius i bons d'assimilar.

Aquesta publicació s'inclou dins el pla de formació que ha iniciat l'IBAE per tal d'acostar al conjunt de la societat els distints estudis i anàlisis que l'entitat realitza. El seu objectiu, però, no és tan sols donar a conèixer les dades estadístiques que radiografien la realitat socioeconòmica de les Illes Balears, sinó també creadors i dibuixants gràfics que hi han participat, els quals han demostrat l'alt nivell de qualitat d'aquest sector a les Balears.

Pere Sampol i Mas

Vicepresident del Govern de les Illes Balears
i conseller d'Economia, Comerç i Indústria

És un vertader plaer prologar l'obra que tens a les mans per molts motius i diversos. El primer és, sens dubte, encara que no és el més important, l'antiquíssima amistat que m'uneix amb l'autor, ja que només fa 35 anys que compartíem la mateixa aula a la universitat. En aquells dies era impensable que després de tots aquests anys arribaríem a coincidir per mor de l'estadística.

El segon és l'obra mateixa, *Daus i Dades*, que, com a lector espavilat que ets, deus haver observat que no es pot qualificar de còmic, ja que crec sincerament que és molt més. Des de l'elecció dels noms dels personatges, que clarament no és per caprici, ni aleatòria, fins a cada petita o gran història real que cadascun conté, com l'aniversari final de na 55, o els músics del quartil.

Per assenyalar alguns punts que m'han agradat sobre manera i que et poden fer reflexionar, començaré per les pinzellades històriques de cada capítol, seguides de la manera tan elegant d'explicar la diferència entre una variable contínua (rastre del caragol) i una de discreta (bots del llagost); i la manera d'ensenyar que les dades contenen més informació de la que sembla de bon començament (problema de les edats dels quatre germans) és, com a mínim, original.

La forma d'evitar raonar sobre gràfics, ja que poden conduir a errors manifestos (àrees de quadrat i de rectangle), m'ha fet recordar un professor comú de la nostra llicenciatura en Ciències Matemàtiques.

Molt il·lustratius són la introducció dels conceptes de densitat de població i la piràmide de població, amb les seves aplicacions als diversos municipis de les Illes Balears, i la referència als accidents de vehicles com la malaltia moderna dels joves d'avui, per justificar les irregularitats de la piràmide.

Potser és el capítol 8 on l'ingeni de l'autor es mostra més brillant amb les vinyetes per introduir els nombres índex, en funció de les quantitats velles (botelles tapades sense etiquetar) o noves (cartons de llet en Tetra Brik), en conjunció amb els preus vells (llibreta d'anelles) o preus nous (monitor d'ordinador).

Que serveixin aquestes lletres finals per animar en Javier perquè continuï l'obra iniciada i ens delecti, en un futur pròxim, amb una segona part inferencial.

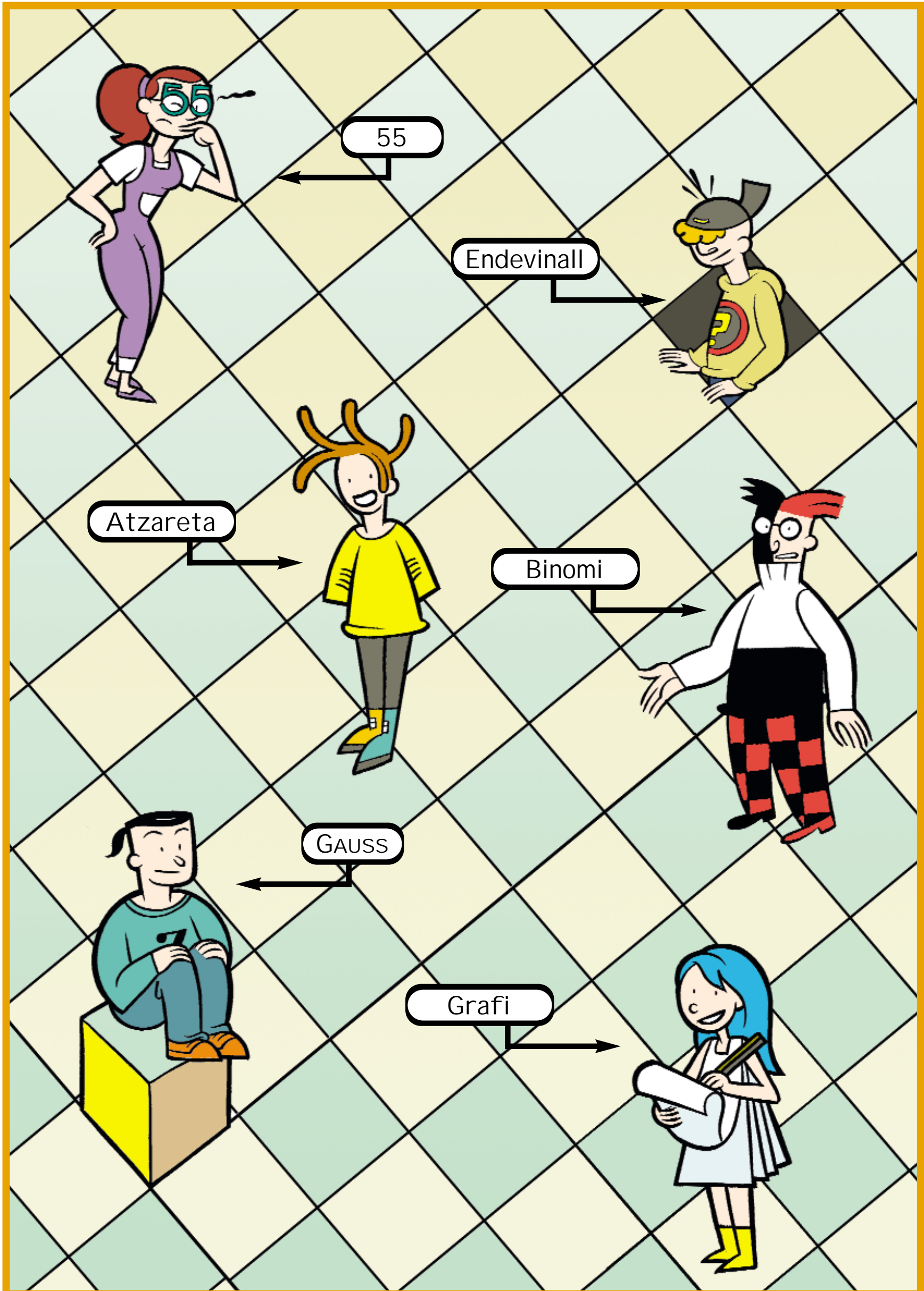
Granada, abril de 2000

Rafael Herrerías Pleguezuelo
Catedràtic d'Economia Aplicada

Capítol 1 - PIERRE DE FERMAT	pàg. 10
Capítol 2 - THOMAS BAYES	pàg. 15
Capítol 3 - BLAISE PASCAL	pàg. 22
Capítol 4 - ADOLPHE QUÉTELET	pàg. 28
Capítol 5 - JAKOB BERNOUILLI	pàg. 36
Capítol 6 - CHARLES DODGSON	pàg. 45
Capítol 7 - WILLIAM SEALEY GOSSET	pàg. 52
Capítol 8 - LASPEYRES I PAASCHE	pàg. 61
Capítol 9 - DE MOIVRE I GAUSS	pàg. 70
ANNEXOS	pàg. 89



...EL PERSONATGE MÉS IMPORTANT
D'AQUEST CÒMIC: TU!



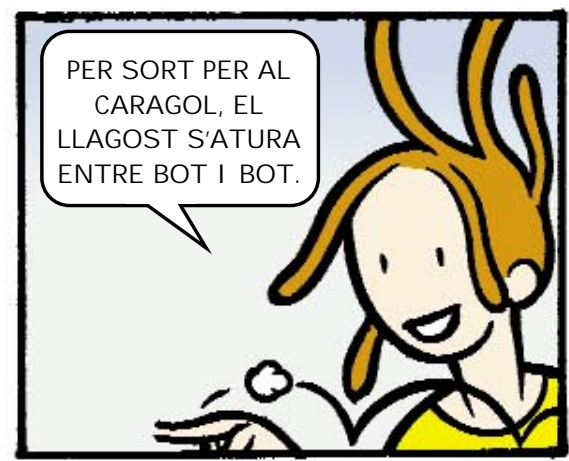
CAPÍTOL 1



PIERRE DE FERMAT


Matemàtic francès (1601-1665)

Pels seus coneixements li posaren el malnom de "príncep dels aficionats". Va ser un dels iniciadors de la teoria de les probabilitats.






AI XÒ M'HA DONAT UNA IDEA!
ESCOLTAU, VOS PROPÒS UN JOC...



Experiments



EXERCICI

TIRAM UNA MONEDA A L'AIRE UN CONJUNT DE 8 VEGADES I N'APUNTAM ELS RESULTATS. HO REPETIM 3 VEGADES I ANOTAM ELS PICS QUE HA SORTIT CARA.

A CONTINUACIÓ TIRAM LA MONEDA A L'AIRE 50 VEGADES SEGUIDES. A QUE EL NOMBRE DE VEGADES QUE HA SORTIT CARA AQUEST PIC S'ACOSTA MÉS A 25 QUE NO A 4 LES TIRADES ANTERIORS?

ÉS A DIR, QUE COM MÉS ES REPETEIX L'EXPERIMENT, MÉS SEGURS ESTAM QUE EL NOMBRE DE VEGADES QUE SORTIRÀ CARA S'APROXIMARÀ A LA MEITAT DEL NOMBRE DE TIRADES.

SI HO FÉSSIM UN MILIÓ DE TIRADES ENS ACOSTARÍEM ENCARA MÉS A LA MEITAT, I SI FOSSIN 10 MILIONS, ENCARA MÉS. PER TANT, LA PROBABILITAT DE TREURE CARA O CREU S'APROXIMARÀ MÉS A $\frac{1}{2}$ COM MÉS VEGADES TIREM LA MONEDA.

Experiments



BÉ, PERÒ AI XÒ ÉS FÀCIL PERQUÈ UNA MONEDA NOMÉS TÉ CARA I CREU, ENCERT O FRACÀS. SI ARA EXPERIMENTAM AMB UN DAU VEUREM QUE TÉ 6 POSSIBILITATS. CONSIDEREM COM A ENCERT EL RESULTAT 5. TI REM-LO NORANTA VEGADES I ANOTEM-NE ELS RESULTATS. VEGEM QUÈ EN RESULTA.

DONCS BÉ, SI NO HEM FET TRAMPA I EL DAU NO ESTÀ TRUCAT, SEGURAMENT PODREM DIR QUE HEM GUANYAT UNES 15 VEGADES I QUE HEM PERDUT UNES 75 VEGADES.

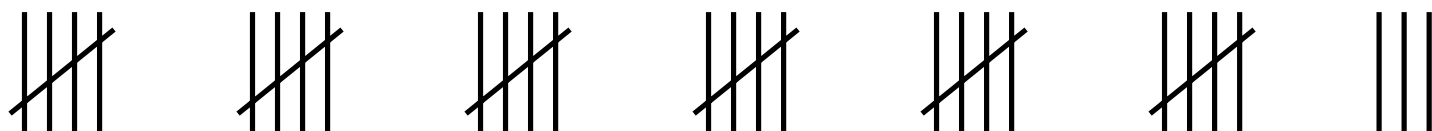
O TAMBÉ QUE LA PROBABILITAT QUE ENCERTEM EL "5" ÉS $\frac{15}{90}$, ÉS A DIR, $\frac{1}{6}$, MENTRE QUE LA PROBABILITAT DE FALLAR ÉS $\frac{75}{90}$, ÉS A DIR, $\frac{5}{6}$. AI XÍ PODEM VEURE QUE LA PROBABILITAT DE FRACÀS ÉS IGUAL A 1 MENYS LA PROBABILITAT D'ÈXIT.

DE MANERA QUE LA PROBABILITAT D'ENCERTAR EL RESULTAT D'UN PARTIT DE FUTBOL ENTRE DOS EQUIPS I GUALATS SERÀ D' $\frac{1}{3}$ (JA QUE HI HA TRES POSSIBILITATS: VICTÒRIA, DERROTA I EMPAT) I LA DE NO ENCERTAR, $\frac{2}{3}$, O SIGUI, QUE ENCERTAR NO SEMPRE ÉS FÀCIL, COM PASSA AMB LES PREGUNTES QUE ENS FAN A CLASSE.



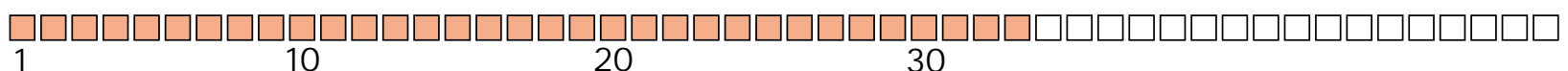
En primer lloc ens posarem d'acord en la forma d'anotar el recompte de dades. Marcarem les puntuacions amb pals verticals fins a 4. El 5 el marcarem ratllant els quatre pals anteriors, de manera que quedaran dividits en grups de 5 i ens serà més fàcil comptar-los, i afegir els del darrer grup, que, com a màxim, serà de 4.

Vegem-ne un exemple:



Aquest recompte seria de 33.

Una altra forma és:



Per guardar els resultats de l'experiment que ens puguin ser útils per a altres treballs, omplirem les quadrícules següents. Això de jugar és una feina seriosa!

LLANÇAMENT DE MONEDA 8 VEGADES

Recompte de cares: _____

Recompte de creus: _____

Cares (en vermell) → ← Fracassos (en blau)

LLANÇAMENT DE MONEDA 50 VEGADES

Cares (en vermell) → ← Fracassos (en blau)



Recompte de cares:

Recompte de creus: 50 - _____ Nombre de cares: _____

PROBABILITAT:

Llançament de moneda: Encert = Cara

Fracàs = Creu

Possibilitat d'encert en una tirada:

Possibilitats totals:

$$\text{PROBABILITAT} = \frac{1}{2}$$

Llançament d'un dau: Encert = "Surt 5"

Fracassos = "1 o 2 o 3 o 4 o 6"

Possibilitat d'encert en una tirada:

Possibilitats totals (encert + fracàs):

$$\text{PROBABILITAT} = \frac{1}{6}$$

Llançament d'un dau: Encert = "Surt 3"

Fracassos = "1 o 2 o 4 o 5 o 6"

Possibilitat d'encert en una tirada:

Possibilitats totals (encert + fracàs):

$$\text{PROBABILITAT} = \frac{1}{6}$$

Llançament d'un dau: Encert = "Surt 3 o 5"

Fracassos = "1 o 2 o 4 o 6"

Possibilitat d'encert en una tirada:

Possibilitats totals (encert + fracàs):

$$\text{PROBABILITAT} = \frac{2}{6}$$

PROBABILITAT QUE SURTIN EL 3 O EL 5

$$\text{Probabilitat de 3} + \text{probabilitat de 5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$



CAPÍTOL 2



THOMAS BAYES

(1702?-1761)

Clergue anglès de la primera meitat del segle XVIII, pare de l'estadística bayesiana.



GUAITA! QUI NA SORTI! HE TROBAT TRES MONEDES!

BÉ, NO SEMBLA UNA FORTUNA. A MÉS, SÓN MONEDES ESTRANGERES... MIRA QUE ESTRANYES, NO DEUEN TENIR CAP VALOR.



NO, NO ES TRACTA D'AI XÒ, FIXA'T QUE CASUALMENT LES TRES HAN CAIGUT CARA AMUNT.



JA HO VEIG, PERÒ NO CREC QUE SI GUI TAN ESTRANY.



ÉS UNA COSA QUE VALDRI A LA PENA PROVAR. PER EXEMPLE, SI TIR TRES VEGADES UNA MONEDA, QUI NA PROBABILITAT HI HA QUE SURTIN TRES CARES? I DUES CREUS I UNA CARA?



DONCS, SI VÀREM VEURE QUE LA PROBABILITAT QUE SORTÍS CARA AMB UNA MONEDA ERA $\frac{1}{2}$, AMB TRES MONEDES SERÀ:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

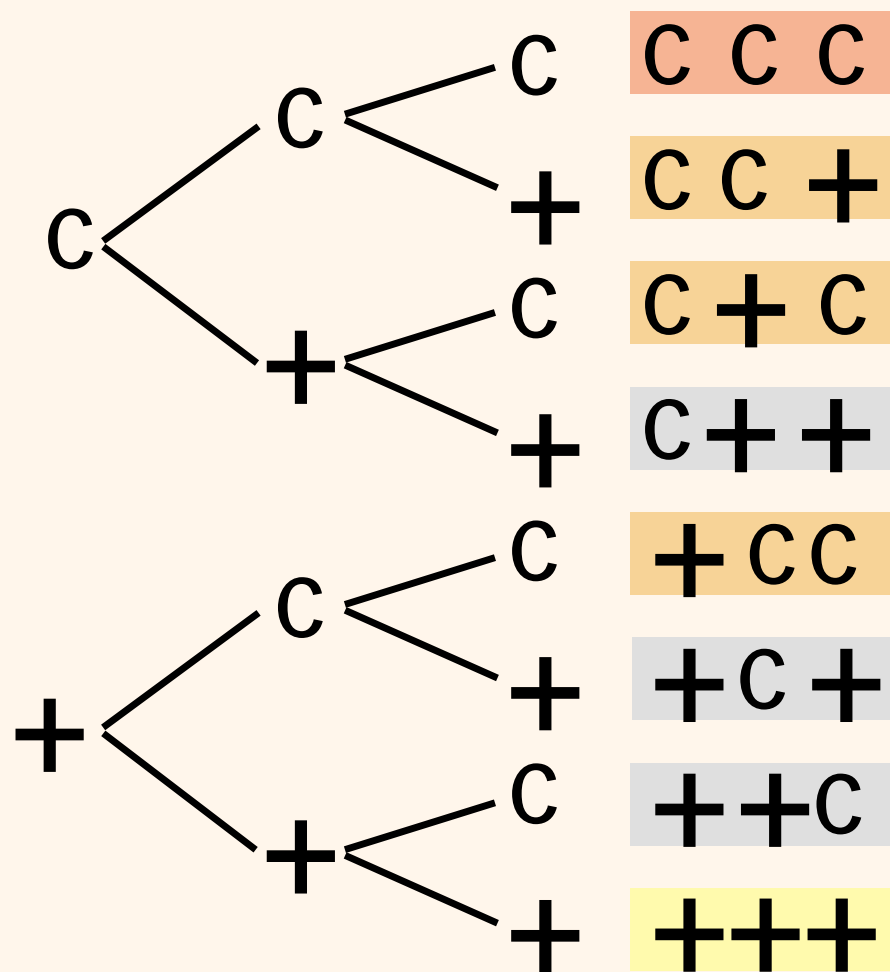


IMPOSSIBLE! AI XÒ NO POT ESTAR BÉ PERQUÈ RESULTA UNA PROBABILITAT DE $\frac{3}{2}$ I LA PROBABILITAT D'UN SUCCÉS NO POT SER MAJOR QUE 1!

PROBABILITAT C=	$\frac{1}{2}$
PROBABILITAT +=	$\frac{1}{2}$
TOTAL	= 1



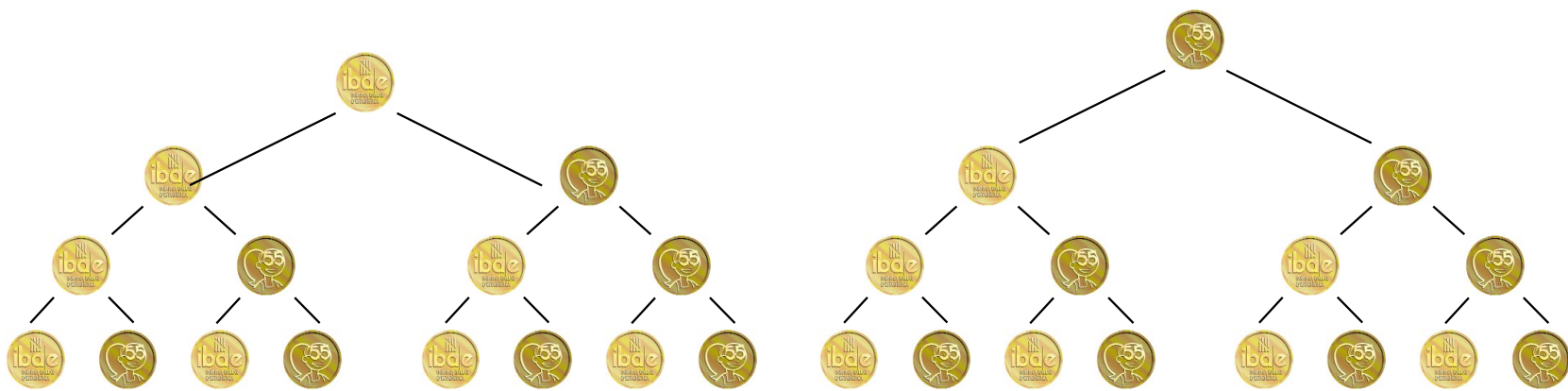
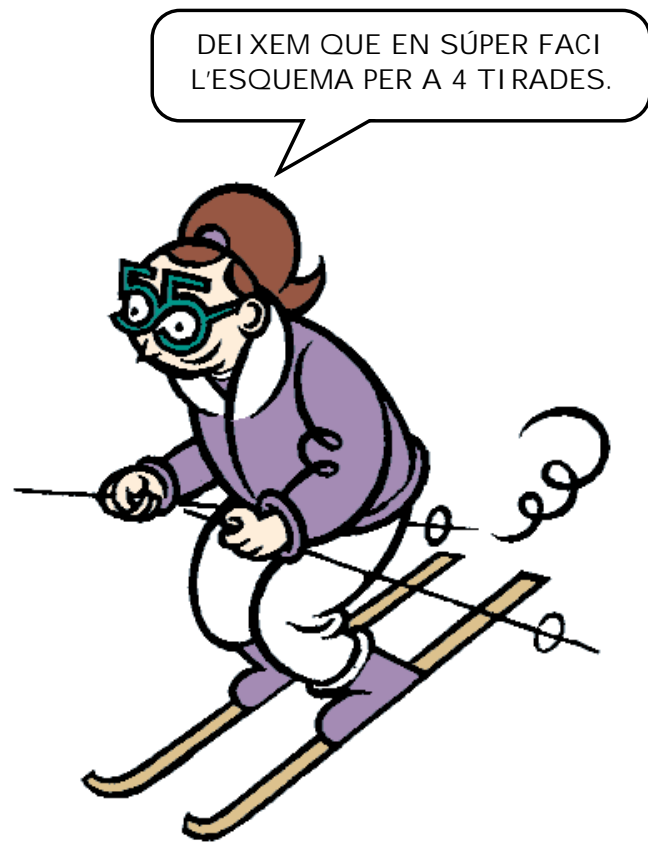
CREC QUE SERÀ MILLOR VEURE-HO GRÀFICAMENT.



Experiments

Nombre total: 8 possibilitats

Que siguin 3 cares = 1	Probabilitat = $\frac{1}{8}$
Que siguin 2 cares i 1 creu = 3	Probabilitat = $\frac{3}{8}$
Que sigui 1 cara i 2 creus = 3	Probabilitat = $\frac{3}{8}$
Que siguin 3 creus = 1	Probabilitat = $\frac{1}{8}$



Nombre total: 16 possibilitats

Que siguin CCCC = 1	Probabilitat de CCCC = $\frac{1}{16}$
Que siguin CCC+ = 4	Probabilitat de CCC+ = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
Que siguin CC++ = 6	Probabilitat de CC++ = $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$
Que siguin C+++ = 4	Probabilitat de C+++ = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
Que siguin +++++ = 1	Probabilitat de +++++ = $\frac{1}{16}$

Comprovació:

$$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$$

PER TANT, DESPRÉS D'AQUESTS EXPERIMENTS, PODEM DIR, ENTRE ALTRES COSES, QUE:

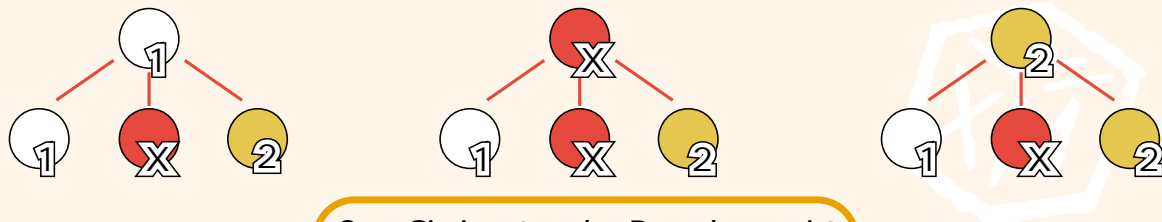
1. LA PROBABILITAT D'ESDEVENIMENT SEGUR ÉS 1.
2. LA PROBABILITAT D'ENCERT + LA PROBABILITAT DE FRACÀS ÉS IGUAL A 1.
3. PROBABILITAT DE FRACÀS = 1 - PROBABILITAT D'ENCERT.
4. PROBABILITAT D'UN ESDEVENIMENT = 1 - PROBABILITAT DEL CONTRARI.





Experiments

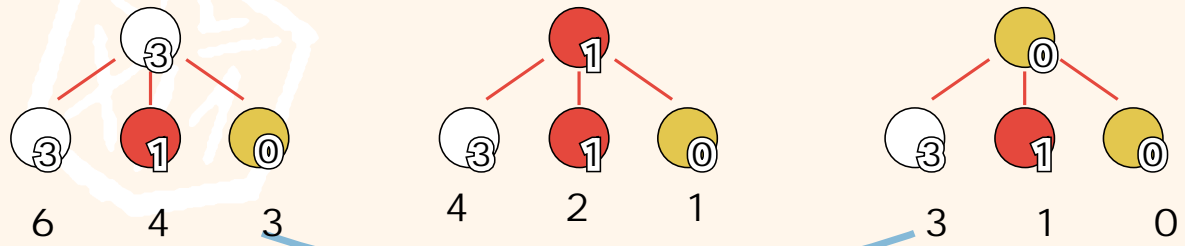
Experiències



Coefficients de Ponderació

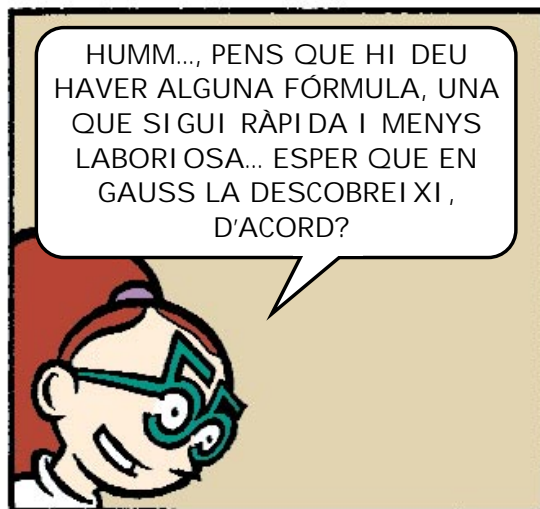
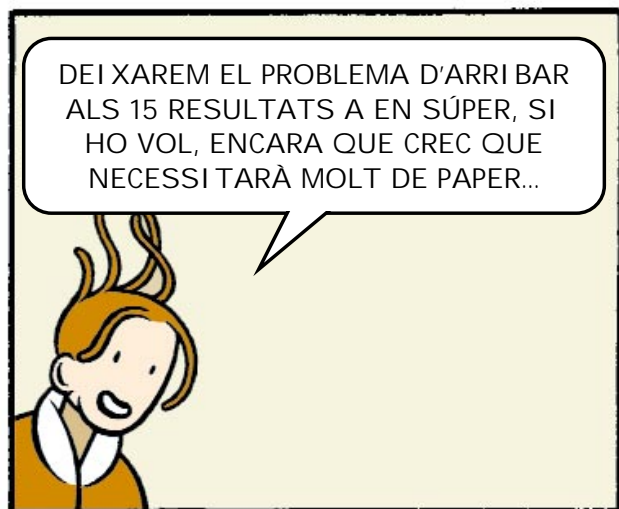
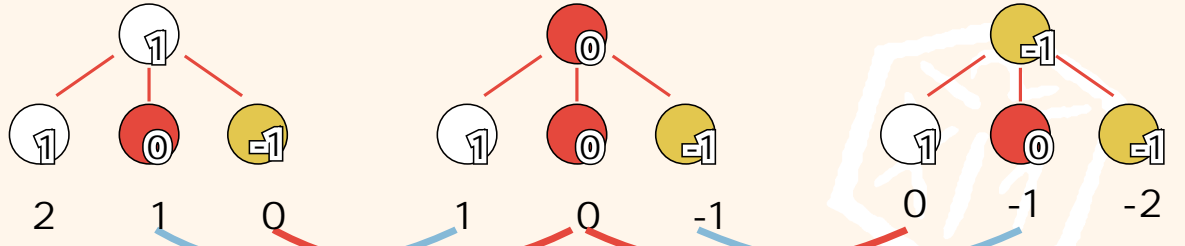
Segons la classificació actual

3 guanya
1 si empata
0 si perd



Segons la que hem inventat nosaltres

1 si guanya
0 si empata
-1 si perd





SI VULL ENCERTAR ELS RESULTATS D'UN SOL PARTIT, TENC 3 POSSIBILITATS. SI FOS DE DOS PARTITS... SERIEN UN TOTAL DE 9. NA GRAFI ENS FARÀ EL DIBUIX DE 3 PARTITS, A VEURE QUÈ EN SURT!

1 1 1 1 1 1 1 1 X X X X X X X X X 2 2 2 2 2 2 2 2 2
 1 1 1 X X X 2 2 2 1 1 1 X X X 2 2 2 1 1 1 X X X 2 2 2
 1 X 2 1 X 2 1 X 2 1 X 2 1 X 2 1 X 2 1 X 2 1 X 2



LA QUAL COSA FA UN TOTAL DE 27 OPORTUNITATS. PER AIXÒ PENS:
 PER A 1 PARTIT: 3 POSSIBILITATS= 3^1
 PER A 2 PARTITS: 9 POSSIBILITATS= $3 \times 3 = 3^2$
 PER A 3 PARTITS: 27 POSSIBILITATS= $3 \times 3 \times 3 = 3^3$
 HIPOTÈTICAMENT, PER A 15 PARTITS, EL NOMBRE DE POSSIBILITATS SERIA $3 \times 3 \times 3 \dots$ (15 VEGADES) = 3^{15}

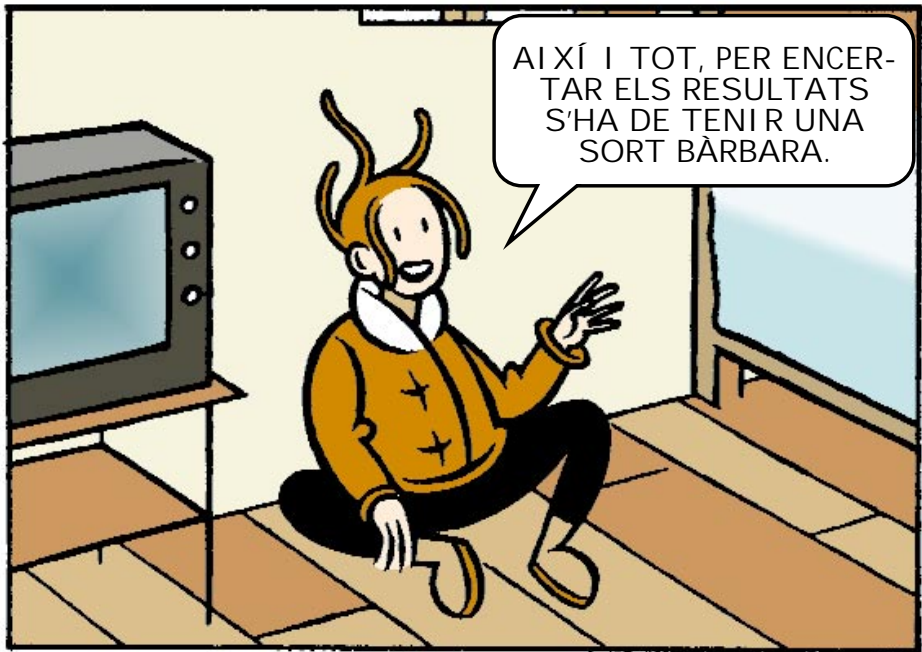


EN SÚPER HAURIA DE FER TOTS ELS ESQUEMES PER PODER SABER QUANTES POSSIBLES TRAVESSES SORTIRIEN SI AMB 15 PARTITS N'HI HAGUÉS:
 5 DE FIXOS, 6 A DOBLE RESULTAT I 4 A TRIPLE RESULTAT

LA SOLUCIÓ D'AIXÒ SERIA:



$$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 1^5 \times 2^6 \times 3^4$$



CAPÍTOL 3



BLAISE PASCAL

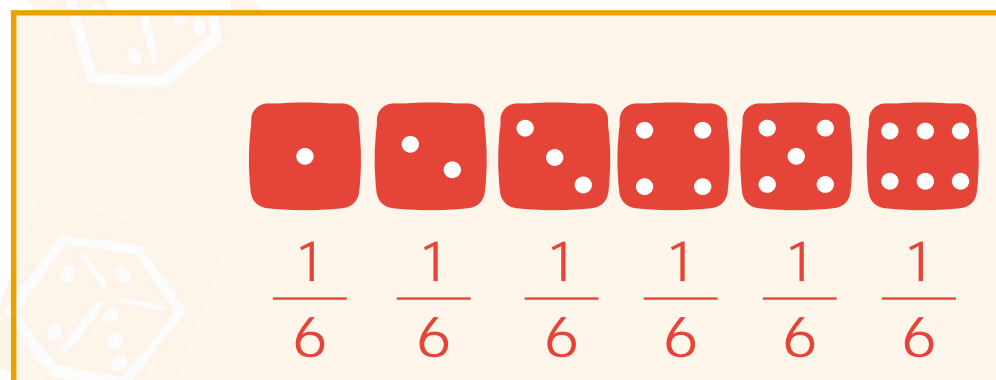
Científic francès (1623-1662)

Potser el més important dels iniciadors de la teoria de les probabilitats i l'estudi de l'anàlisi combinatòria.

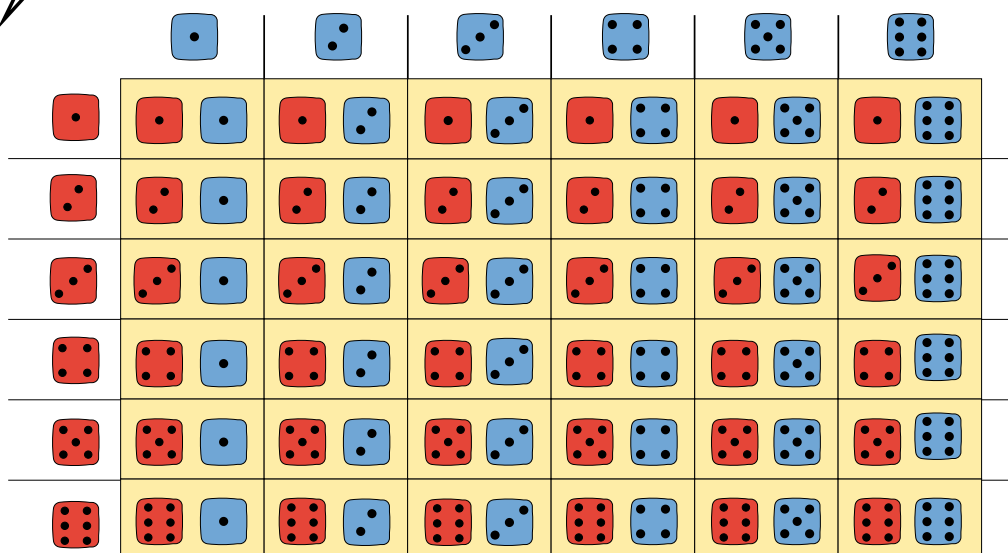
És apassionant la seva relació científicoepistolar amb Fermat.



Experiments



ARA PROVA DE TIRAR-LO DUES VEGADES I APUNTA ELS RESULTATS DE DOS EN DOS. VEGEM QUÈ PASSA...



SABEU QUE HE LLEGIT QUE A AQUEST GRÀFIC L'ANOMENEN "ESPAI MOSTRAL"? AIXÍ QUE DES D'ARA NOSALTRES TAMBÉ EL PODEM ANOMENAR AIXÍ, QUE QUEDA MÉS TÈCNIC.





Experiments

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12



OSTRES! ÉS VER QUE HI HA MÉS POSSIBILITATS QUE EL RESULTAT DE LA SUMA SIGUI 7 QUE NO 11 O 12. HO PODEM CALCULAR. MIRANT EL GRÀFIC SERÀ MÉS FÀCIL.

NOMBRE TOTAL DE POSSIBILITATS: $6 \times 6 = 36$

PROBABILITAT DE SUMA	"2"	"3"	"4"	"5"	"6"	"7"	"8"	"9"	"10"	"11"	"12"
	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$



Experiments

AQUÍ VEIEM QUE LES PROBABILITATS SÓN PROPORCIONALS A 1, 2, 3, 4, 5 I 6, NO? DONCS ELS PREMI S HO HAURAN DE SER A L'INREVÉS

	1	2	3	4	5	6
1	60	30	20	15	12	10
2	30	20	15	12	10	12
3	20	15	12	10	12	15
4	15	12	10	12	15	20
5	12	10	12	15	20	30
6	10	12	15	20	30	60

ACLARIM-HO: SI JO DEMAN LA SUMA 7 COM A RESULTAT, TENC 6 VEGADES MÉS L'OPORTUNITAT D'ENCERTAR QUE UN QUE DEMANI LA SUMA 12, AI XÍ QUE EL MEU PREMI HAURÀ DE SER INVERSAMENT PROPORCIONAL AL SEU. ÉS JUST I LÒGIC!

INCREÏBLE! NO SÉ COM HO POTS FER AIXÒ! D'ON HAS TRET UN GRÀFIC TAN FABULÓS?

T'AGRADA? DONCS TE'L REGAL...

EXACTE.





A VEURE SI HO HE ENTÈS BÉ... A MI M'INTERESSA MOLT QUE EL RESULTAT DEL JOC NOMÉS DEPENGUI DE LA SORT, COM EL MEU NOM INDICA... AI XÍ QUE EN FARÉ UNA LLI STA:

Probabilitat que surti "2" = $\frac{1}{36}$	Premi = $\frac{36}{1}$
Probabilitat que surti "3" = $\frac{2}{36}$	Premi = $\frac{36}{2}$
Probabilitat que surti "4" = $\frac{3}{36}$	Premi = $\frac{36}{3}$
Probabilitat que surti "5" = $\frac{4}{36}$	Premi = $\frac{36}{4}$
Probabilitat que surti "6" = $\frac{5}{36}$	Premi = $\frac{36}{5}$
Probabilitat que surti "7" = $\frac{6}{36}$	Premi = $\frac{36}{6}$
Probabilitat que surti "8" = $\frac{5}{36}$	Premi = $\frac{36}{5}$
Probabilitat que surti "9" = $\frac{4}{36}$	Premi = $\frac{36}{4}$
Probabilitat que surti "10" = $\frac{3}{36}$	Premi = $\frac{36}{3}$
Probabilitat que surti "11" = $\frac{2}{36}$	Premi = $\frac{36}{2}$
Probabilitat que surti "12" = $\frac{1}{36}$	Premi = $\frac{36}{1}$

AI XÒ NO COINCI DEI X AMB LA TEVA TAULA!

OU! ELS PREMIS RESULTANTS HAN ESTAT:



SOBRETOT ÉS EL $\frac{36}{5}$ EL QUE EMBULLA LA COSA!

$\frac{36}{1}$, $\frac{36}{2}$, $\frac{36}{3}$, $\frac{36}{4}$, $\frac{36}{5}$ I $\frac{36}{6}$, QUE VALDRIEN PERFECTAMENT PER AL JOC EQUILIBRAT. EL CAS ÉS QUE EM SEMBLEN LLETJOS I DIFÍCILS PER TREBALLAR-HI, JA QUE ELS RESULTATS SERAN XI FRES AMB DECIMALS...

PER AI XÒ HEM DE TROBAR DIVISIONS QUE DONIN RESULTATS ENTERS. AI XÍ TI NDREM: 36, 18, 12, 9, $\frac{36}{5}$ I 6 PERÒ SI ELS MULTIPLIC PER 5, TOTS SERAN ENTERS: 180, 90, 60, 45, 36 I 30.

PERÒ AI XÒ NO DÓNA EL MATEIX RESULTAT...





CAPÍTOL 4



ADOLPHE QUÉTELET

Estadístic i astrònom belga (1796-1874)
Digne d'esmentar pel seu descobriment de la distribució normal, entre molts d'altres treballs.



SABEU QUÈ? HE ESTAT PENSANT EN QUATRE PROBLEMES INTERESSANTS QUE PODRIEN SER ÚTILS PER A LA NOSTRA INVESTIGACIÓ.

CONTESTAU: QUÈ ÉS MÉS GROS? MI G METRE AL QUADRAT O LA MEI TAT D'UN METRE QUADRAT?

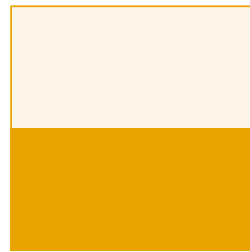
ENS HAUREM DE FIXAR MOLT EN ELS CONCEPTES I PENSAR-LOS BÉ SI VOLEM EVITAR UN ERROR COM UN COVE.



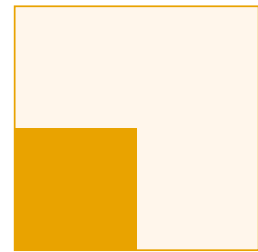
SÓN IGUALS.



HO DUBT. FACEM-NE UN DIBUIX I HO VEUREM MILLOR.



Meitat d'1 m²



$\frac{1}{2}$ m al quadrat



UFI ARA QUE HO VEIG, HO CREC! LA MEI TAT D'UN METRE QUADRAT ÉS EL DOBLE QUE MI G METRE AL QUADRAT.



DONCS SÍ QUE ENS HEM DE FIXAR BÉ EN ELS CONCEPTES... I JA QUE PARLAM DE COSES DIVERSES...

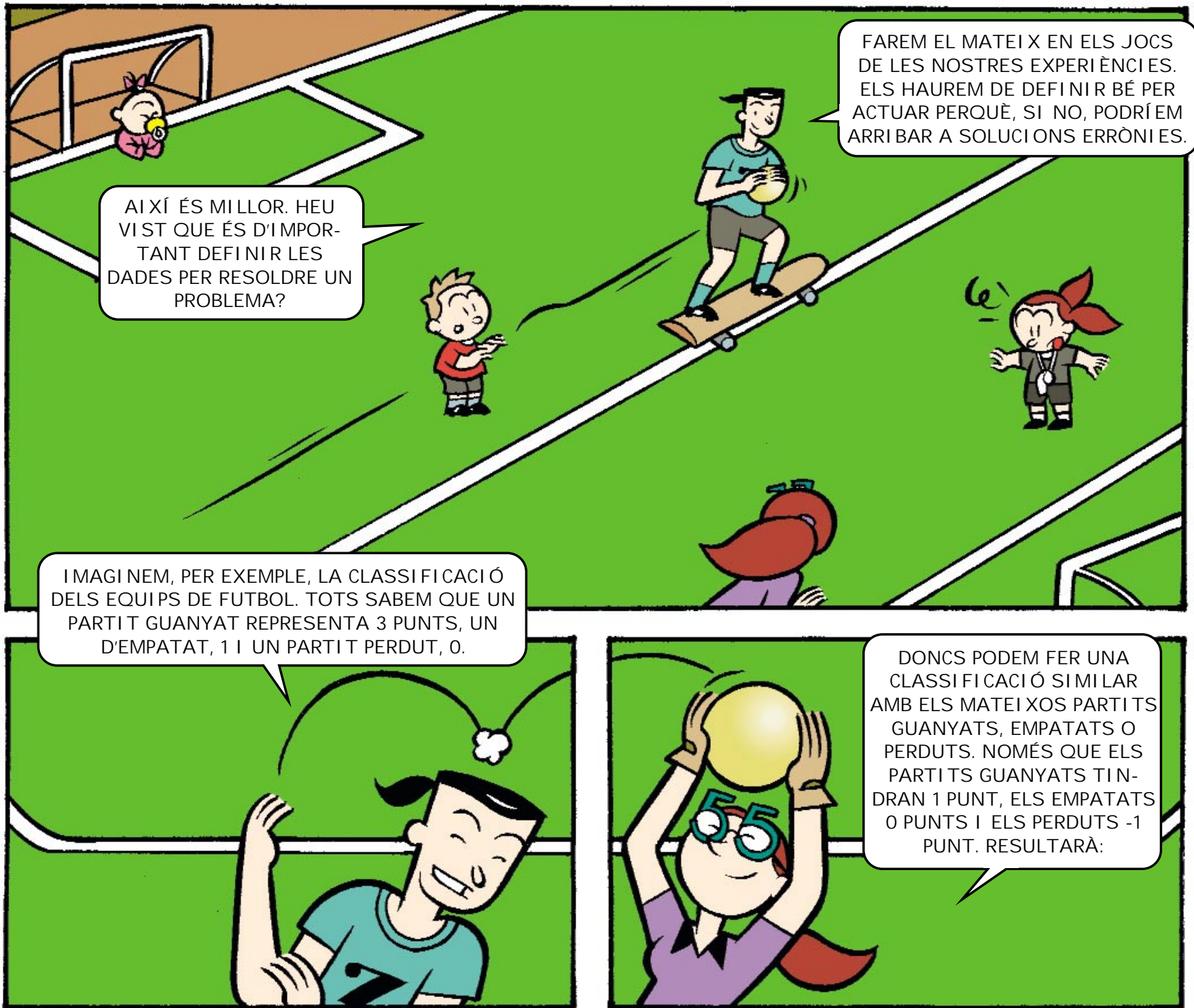


...L'ALTRE DIA ANAVA PEL CARRER QUAN EM VAREN PLANTEJAR EL PROBLEMA SEGÜENT: EL PRODUCTE DE LES EDATS DE 4 GERMANS ÉS 36 I LA SEVA SUMA ÉS UN NOMBRE DE L'ALTRA VORERA. QUI NES EDATS TENEN?

EM FALTA UNA DADA.



AH! HO HAVI A OBLI DAT! TAMBÉ EM VAREN DIR QUE LA GERMANA MAJOR ES VA TRAIENT ELS CURSOS DE PRIMÀRI A AMB APROFITAMENT SUFICIENT.



Experiments

	J	G	E	P	GF	GC	P	G	P	TOTAL	
1.Deprtivo	23	13	4	6	42	30	43	13	-6	7	
2.Saragossa	23	10	9	4	40	24	39	10	-4	6	
3.Barcelona	23	11	5	7	43	29	38	11	-7	5	
4.Celta	23	11	5	10	31	29	35	11	-10	1	▼
5.Alabés	23	10	5	8	26	25	35	10	-8	2	▲
6.Ath.Bilbao	23	9	8	6	34	34	35	9	-6	3	▲
7.València	23	9	6	8	32	25	33	9	-8	1	▼
8.Reial Madrid	22	8	9	5	38	37	33	8	-5	3	▲
9.Rayo Vallecano	23	10	3	10	32	32	33	10	-10	0	
10.REIAL MALLORCA	23	9	5	9	31	31	32	9	-9	0	
11.Numància	23	8	7	8	32	36	31	8	-8	0	
12.Màlaga	23	7	8	8	33	32	29	7	-8	-1	
13.At.Madrid	23	8	5	10	36	37	29	8	-10	-2	▼
14.Espanyol	23	7	7	9	33	34	28	7	-9	-2	▼
15.Valladolid	22	7	7	8	22	25	28	7	-8	-1	▲
16.Betis	23	8	3	12	21	37	27	8	-12	-4	▼
17.Racing	23	6	8	9	35	34	26	6	-9	-3	▲
18.Reial Societat	23	5	10	8	25	29	25	5	-8	-3	▲
19.Reial Oviedo	23	6	7	10	24	38	25	6	-10	-4	
20.Sevilla	23	4	8	11	24	36	20	4	-11	-7	

← CLASSIFICACIÓ ACTUAL → → PROPOSTA →



DONCS SÍ QUE CAN-
VI A PARTINT DE LES
MATEI XES DADES...

PODEM VEURE QUE HA
CANVI AT L'ORDRE DE LA
CLASSIFI CACI Ó CAN-
VI ANT EL SI STEMA DE
PUNTUACI Ó!



EL NOSTRE SI STEMA SERÀ DI-
SCUTIBLE O NO, PERÒ SERIA
VÀLID SI RESOLGUÈSSIM
ALGUNS PROBLEMETS, COM ARA
ORDENAR ELS QUE RESULTEN
EMPATATS...



ÉS FÀCIL! ALS EMPATATS ELS
ORDENAM PER SORTEIG.

BÉ. ENCARA QUE NO
SÉ SI AIXÒ
AGRADARÀ MOLT...



PERÒ COM A SI STEMA
MATEMÀTIC SERIA COR-
RECTE. ÉS UNA FORMA
DETERMI NADA D'OR-
DENAR, AMB UNA SOLA
INTERPRETACI Ó.



LLAVORS, A CADA UN DELS EMPATATS
EN UNA MATEI XA CLASSIFI CACI Ó ELS
DONARÍEM UN NOMBRE CORRELATI U,
I INTRODUI RÍEM EN UN BOMBO
TANTES BOLLES NUMERADES COM
FOSSI N NECESSÀRIES I FARÍEM UN
SORTEIG.

UF! CREC QUE COMENÇAM
A INVENTAR UNA TAULA
DE NOMBRES
ALEATORIS...



DEI XEM QUE EN SÚPER EN
FACI LA COMPROVACI Ó
AMB LA CLASSIFI CACI Ó DE
LA DARRERA SETMANA.

AIXÒ HO HAURÍEM DE TENIR EN
COMPT E EN ESTADÍSTI CA, JA QUE,
PARTINT DE LES MATEI XES DADES,
ELS RESULTATS PODEN DI FERIR
MOLT, SEGONS SI ESTABLIM UNES
NORMES O UNES ALTRES.

EHI EN SÚPER JA HA
RESOLT EL PROBLEMA
DELS GERMANS, I CREC
QUE COINCIDEI X AMB
MI...



Edats dels germans	Diversos cursos primària	Suma parell
36 1 1 1		
18 2 1 1		
12 3 1 1		
9 4 1 1	x	
9 2 2 1	x	x
6 6 1 1		
6 3 2 1		
4 3 3 1		
3 3 2 2		





CASOS POSSIBLES

LLUC	10	?	H H H H H H H H M M M M M M M
PAU	8	?	H H H H M M M M H H H M M M
MONTSERRAT	5	?	H H M M H H M M H H M M H M M
LLIBERTAT	2	?	H M H M H M H M H M H M M H M



Experiments



VISTA LA TAULA, TENIM

- | | |
|------------------------------------|------------------|
| A. 1 POSSIBILITAT ENTRE 16 DE SER | 4 NINS |
| B. 4 POSSIBILITATS ENTRE 16 DE SER | 3 NINS I 1 NINA |
| C. 6 POSSIBILITATS ENTRE 16 DE SER | 2 NINS I 2 NINES |
| D. 4 POSSIBILITATS ENTRE 16 DE SER | 1 NIN I 3 NINES |
| E. 1 POSSIBILITAT ENTRE 16 DE SER | 4 NINES |



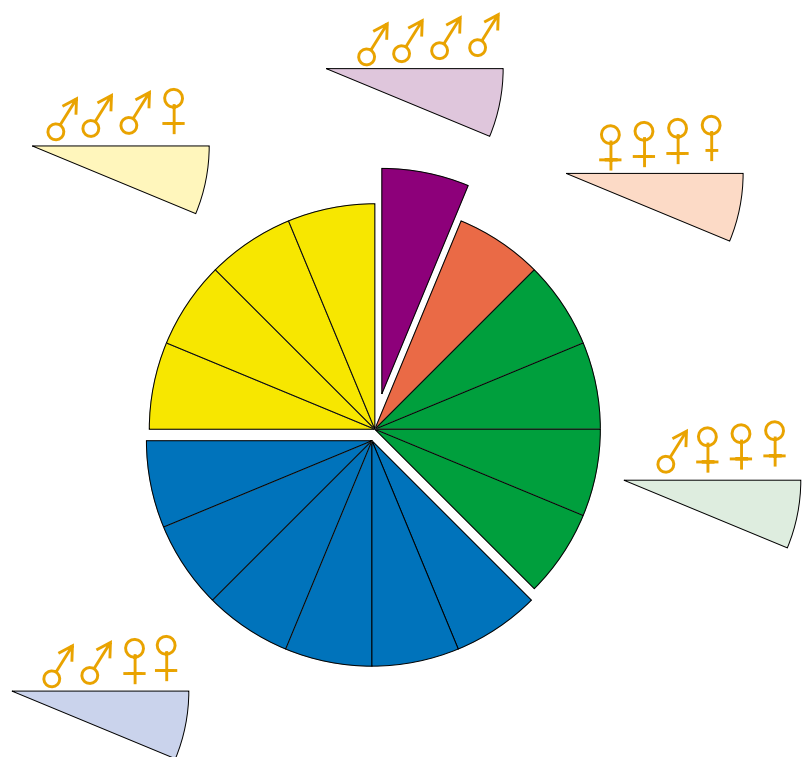
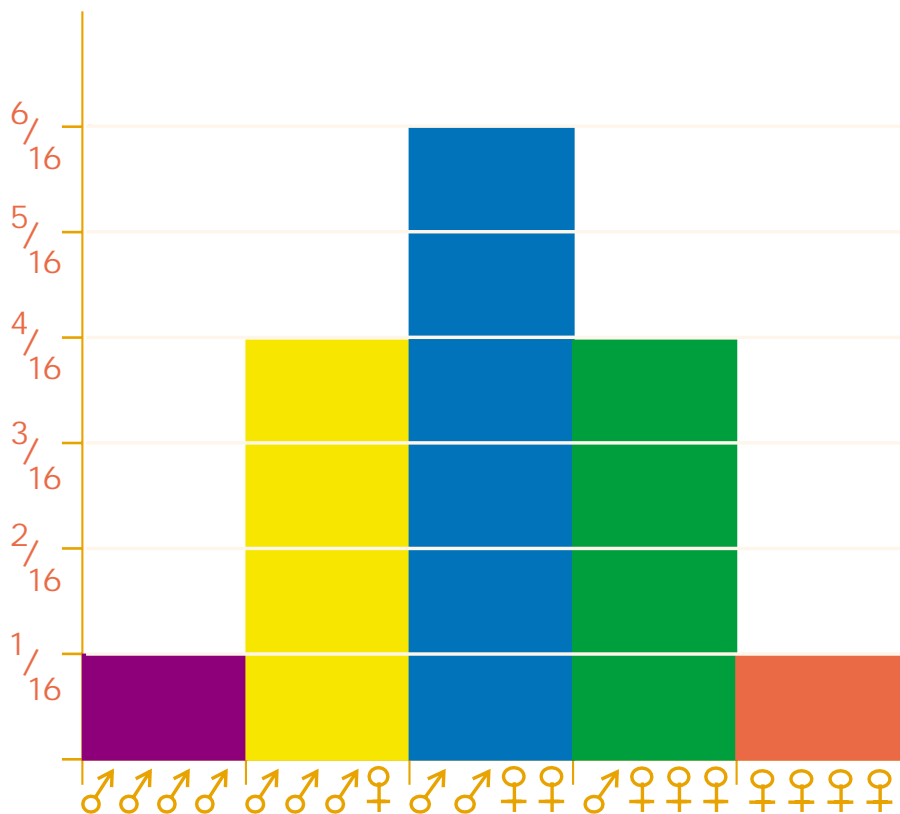
PODEM FER EL MATEIX EN ELS JOCS DE LES NOSTRES EXPERIÈNCIES. ELS HEM DE DEFINIR BÉ PER PODER ACTUAR, JA QUE, SI NO, PODRÍEM ARRIBAR A SOLUCIONS ERRÒNIES.



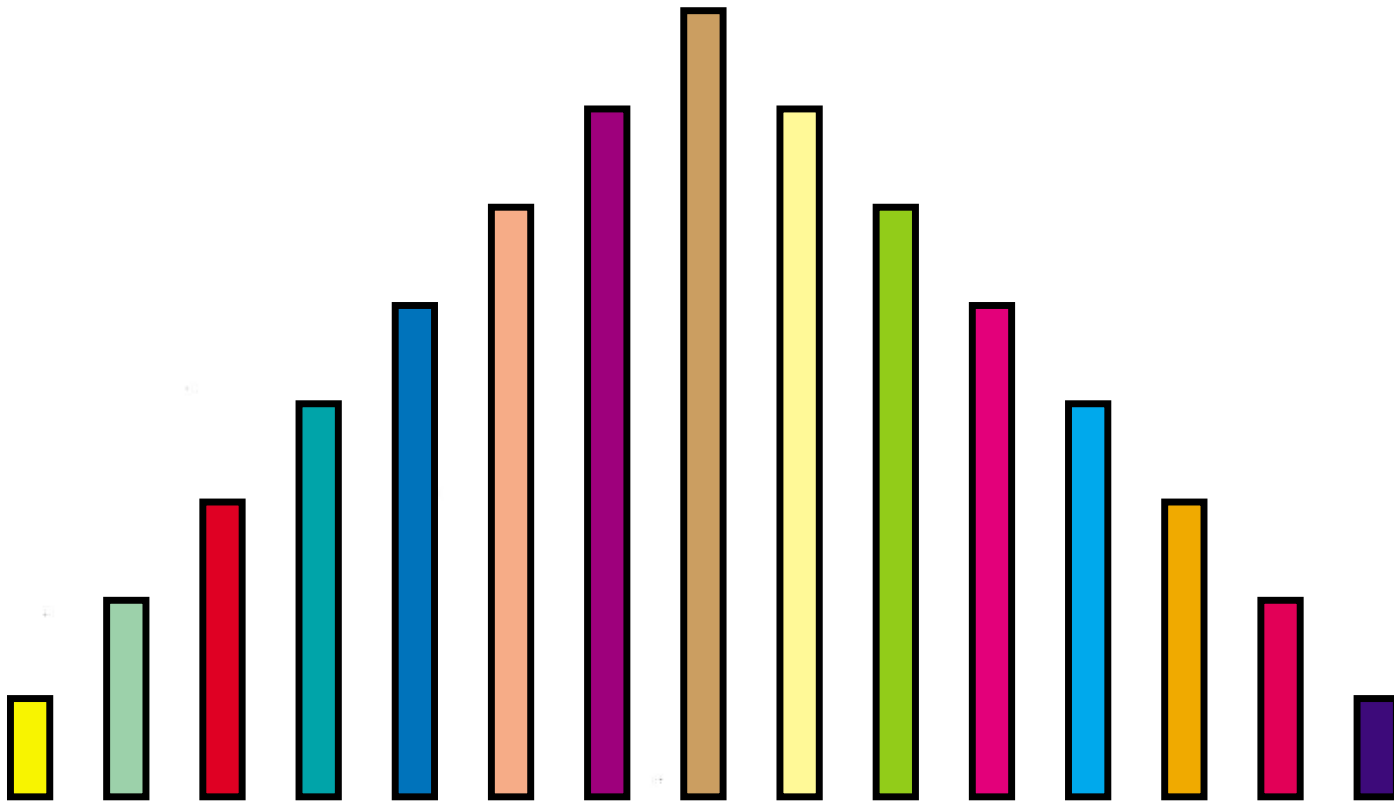
O SIGUI, QUE JO CONTESTARÉ QUE SÓN DOS NINS I DUES NINES, PERQUÈ AIXÍ TENC MÉS PROBABILITATS D'ENCERTAR.



PENS QUE AIXÒ PODRIA DONAR ALGUNS GRÀFICS INTERESSANTS.



UI! AQUEST GRÀFIC ME'N RECORDA UN ALTRE QUE HE VIST EN UN LLIBRE QUE ES DEIA TAULA DE DISTRIBUCIÓ BINOMIAL.



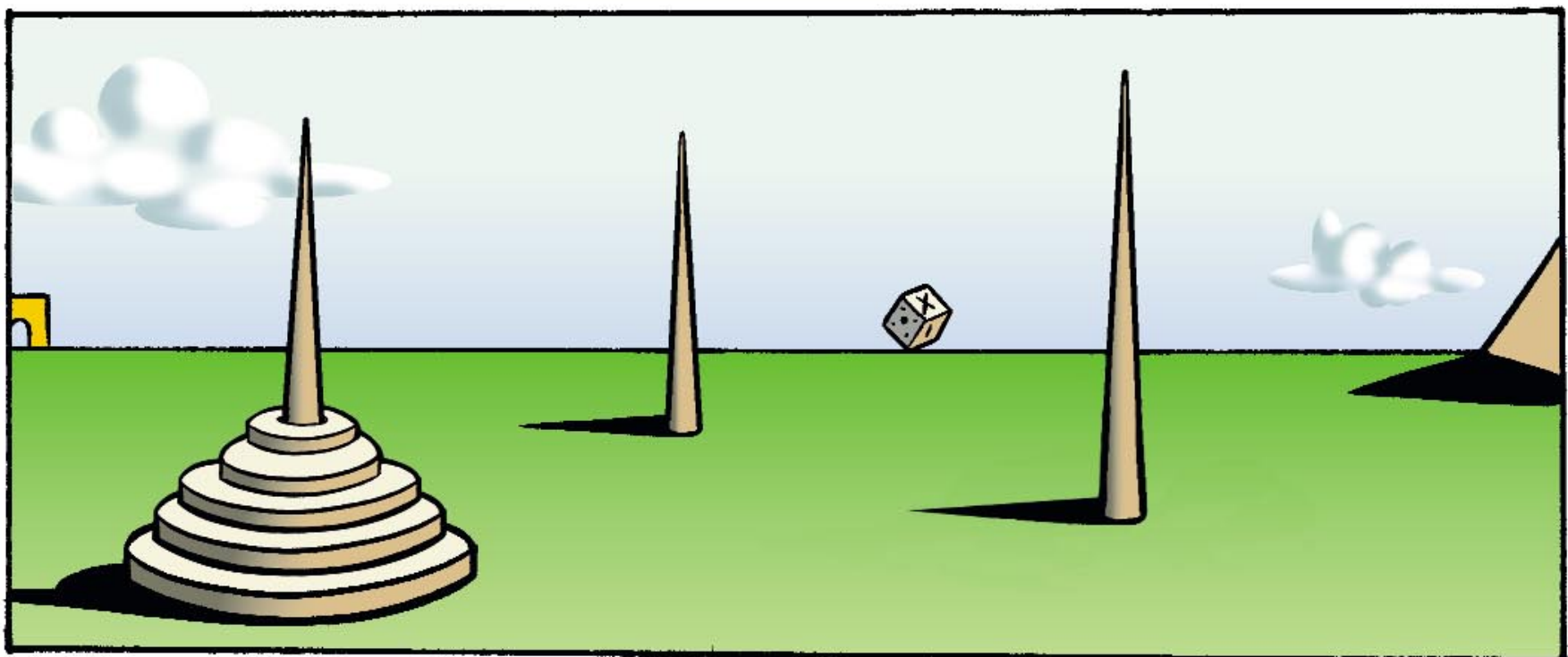
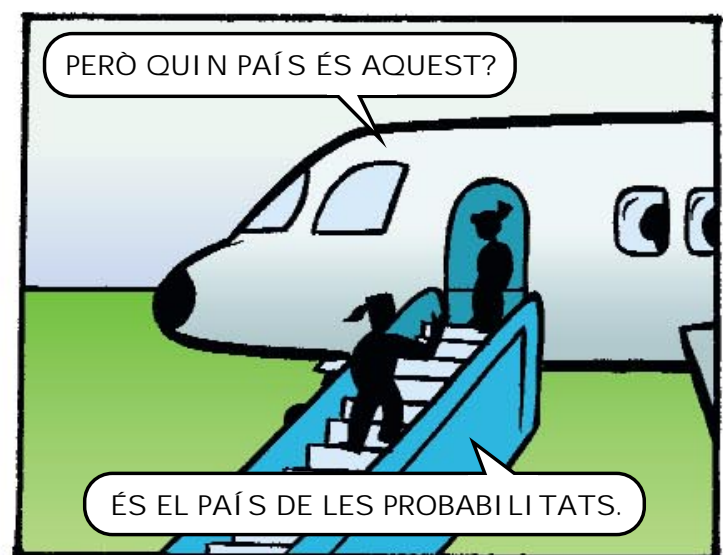
CAPÍTOL 5

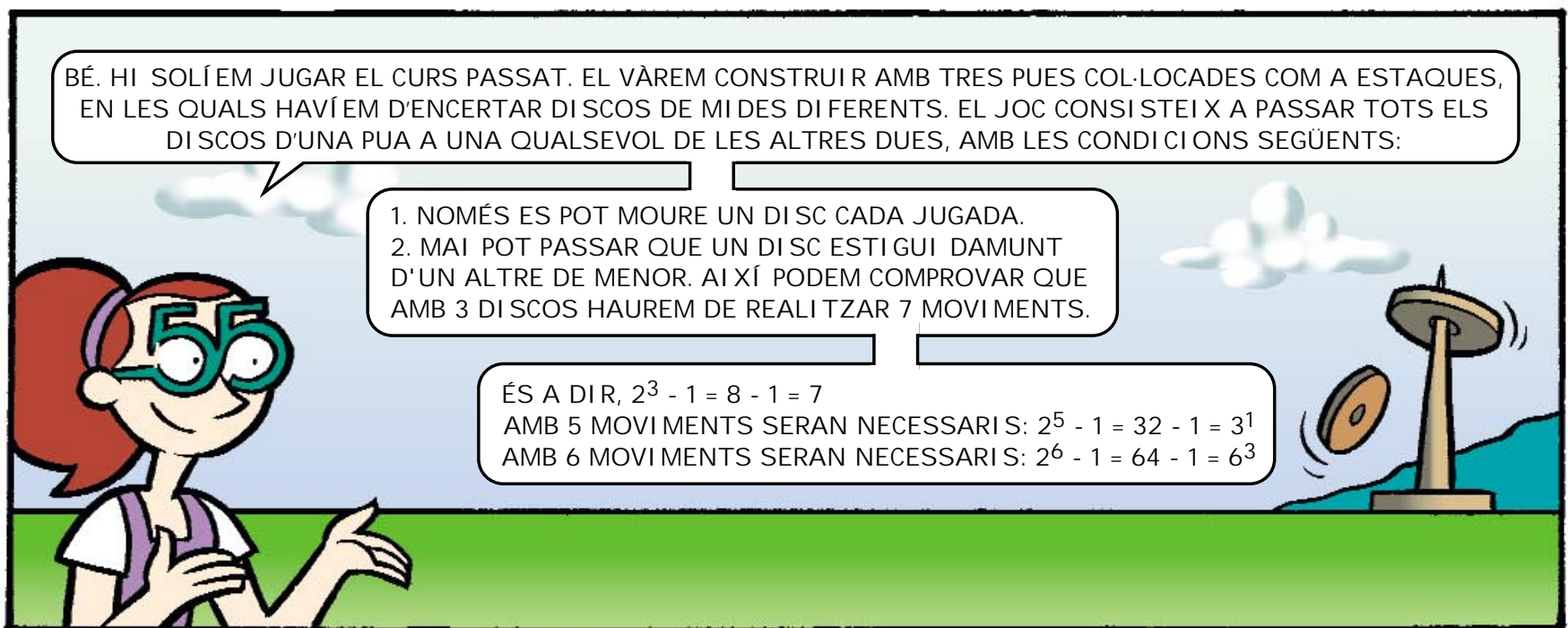


JAKOB BERNOULLI

Matemàtic francès (1654-1705)

Membre d'una família de grans científics (Jakob, Daniel i Nikolaus), entre els seus grans treballs es pot destacar *L'art de pronosticar* (pòstum) i una llei dels grans nombres.





Experiments

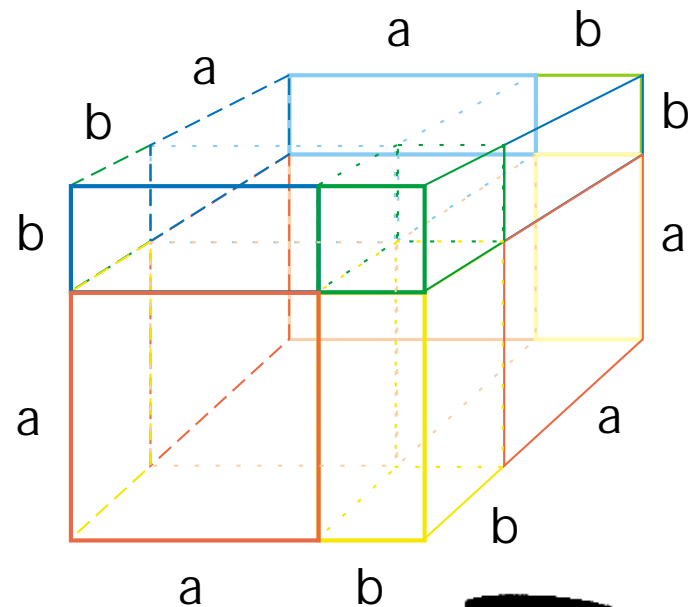
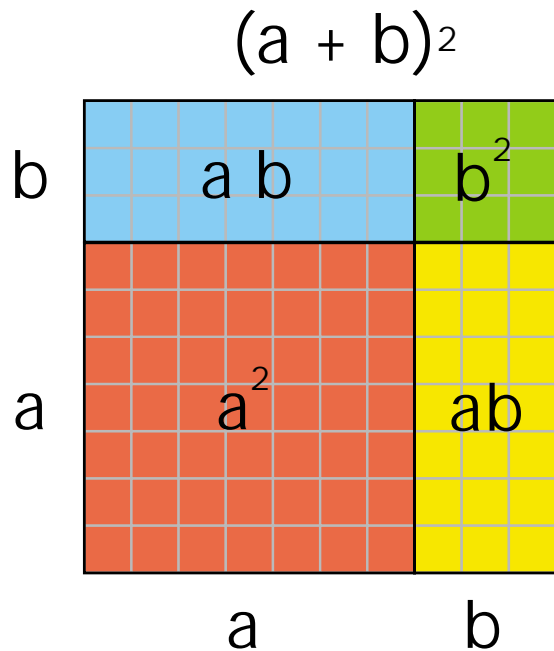


DIT D'UNA ALTRA MANERA, ÉS LA SUMA DE DOS TERMES. EL CAS MÉS SENZILL SERIA $(a + b)$. COM QUE ARA ES TRACTA DE POTÈNCIES DE BINOMI, HAUREM DE CALCULAR:

$$(a + b) \times (a + b) = (a + b)^2$$

$$(a + b) \times (a + b) \times (a + b) = (a + b)^3$$

PERÒ LA MANERA DE FER-HO MULTIPLICANT JA L'HEM VISTA A CLASSE. PODRÍEM PREPARAR UNS DIBUIXOS PER VEURE-HO. HO SABRIES DIBUIXAR, GRAFI?



EN EL PRIMER HE AGAFAT UN QUADRAT AMB ELS COSTATS QUE FAN $(a + b)$. AI XÍ, L'ÀREA SERÀ EL COSTAT AL QUADRAT, ÉS A DIR $(a + b)^2$. VEUREU QUE RESULTA: $a^2 + a \times b + a \times b + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ PER A LA POTÈNCIA DE 3 HE DIBUIXAT UN HEXÀEDRE...



UN CUB AMB ELS COSTATS $a + b$, QUE, DESCOMPOST, ENS DÓNA: 2 CUBS a^3 I b^3 , 3 PARALLELEPÍPEDES $a \times a \times b$, I UNS ALTRES 3 DE $a \times b \times b$.

PERÒ, COM QUE LES 3 DIMENSIONS SÓN MÉS DIFÍCILS DE DIBUIXAR, TAMBÉ HO HE FET EN EL PLA DE LA MANERA SEGÜENT:

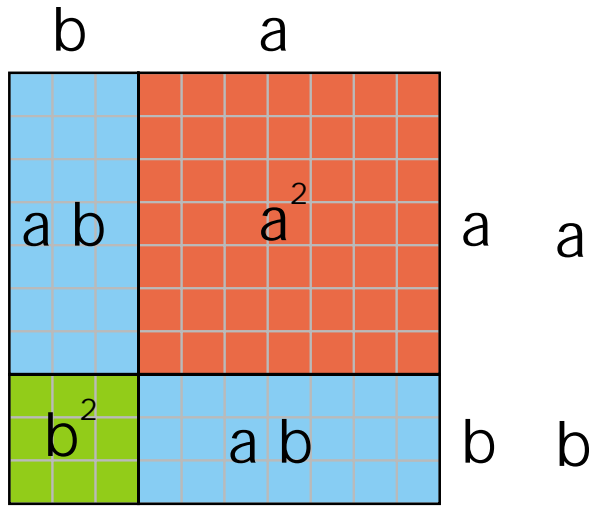
HE AGAFAT UN RECTANGLE, DE TAL MANERA QUE UN COSTAT SIGUI $a + b$, I L'ALTRE SIGUI $(a + b)^2$, DEL QUAL JA HEM VIST ABANS EL RESULTAT...



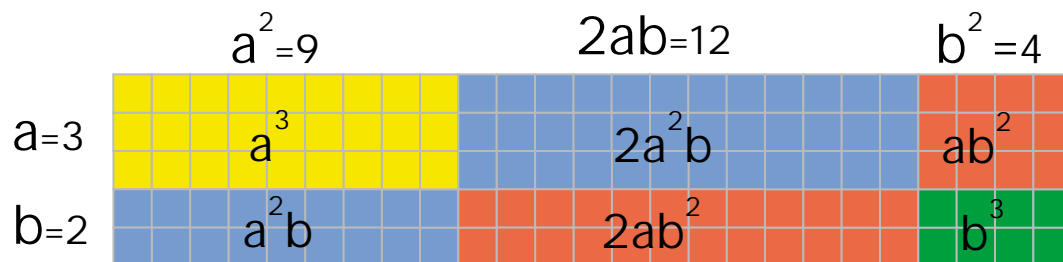
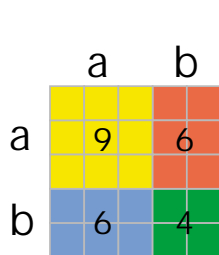
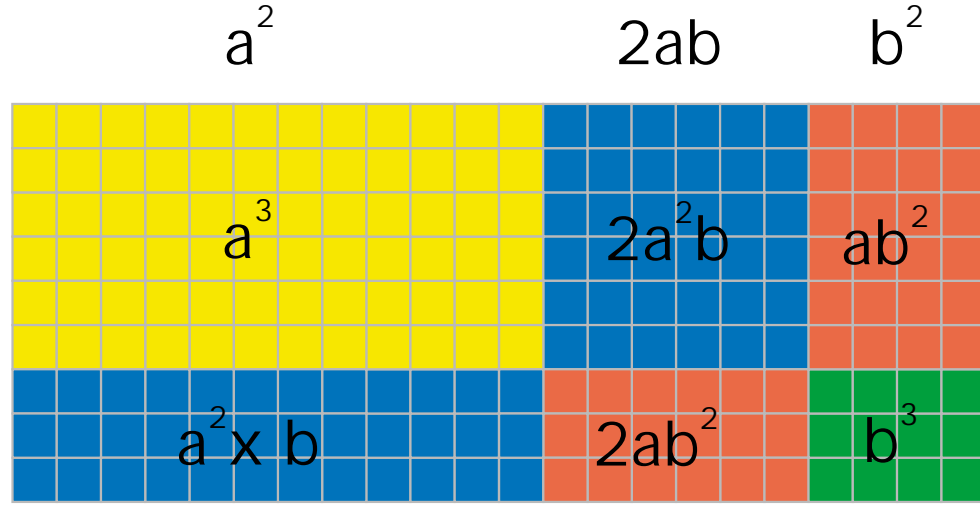
A POC A POC, QUE VAIG COMPUTANT "PARALLELEPÍPEDES"...



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3a^2b + b^3$$



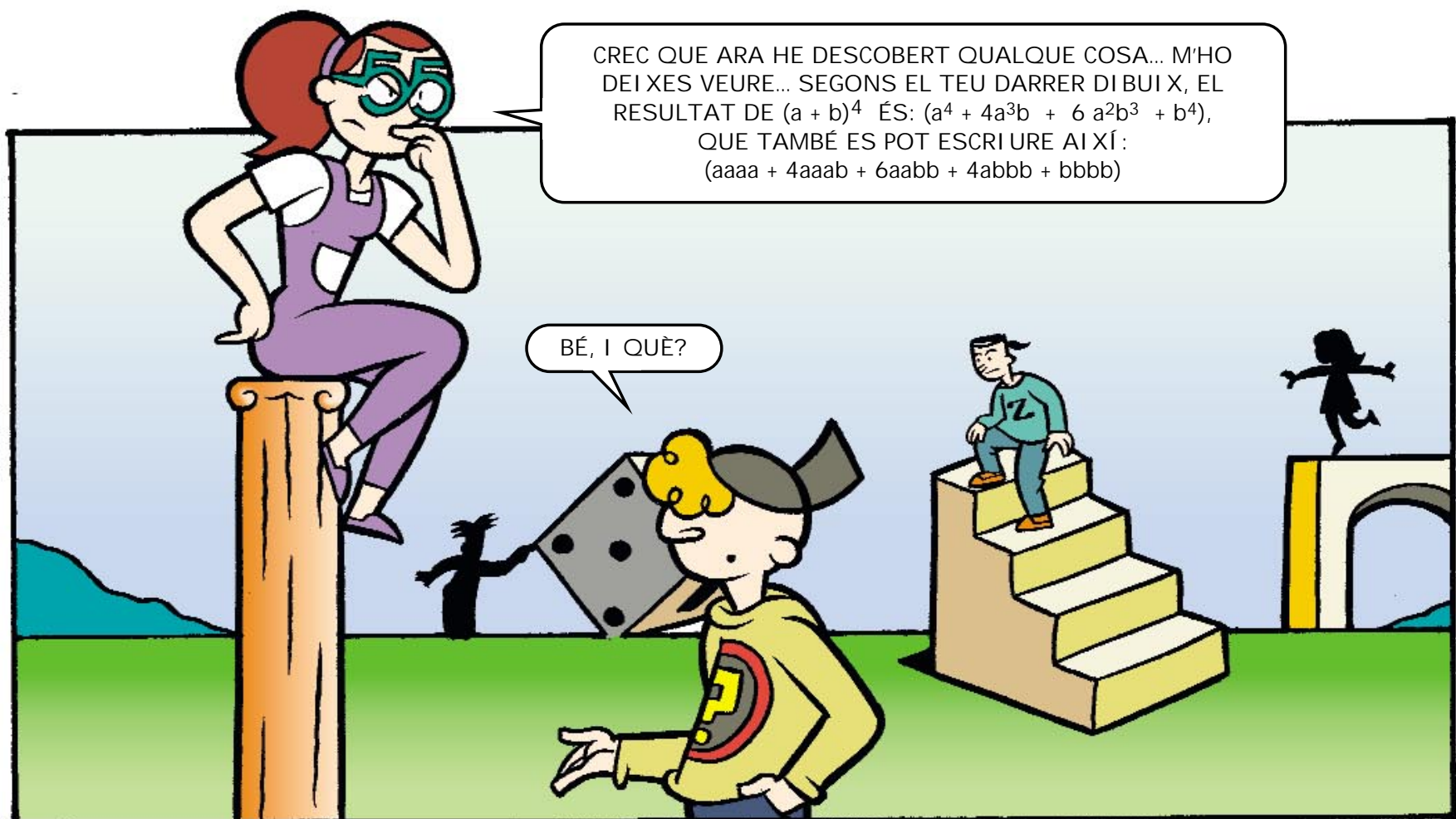
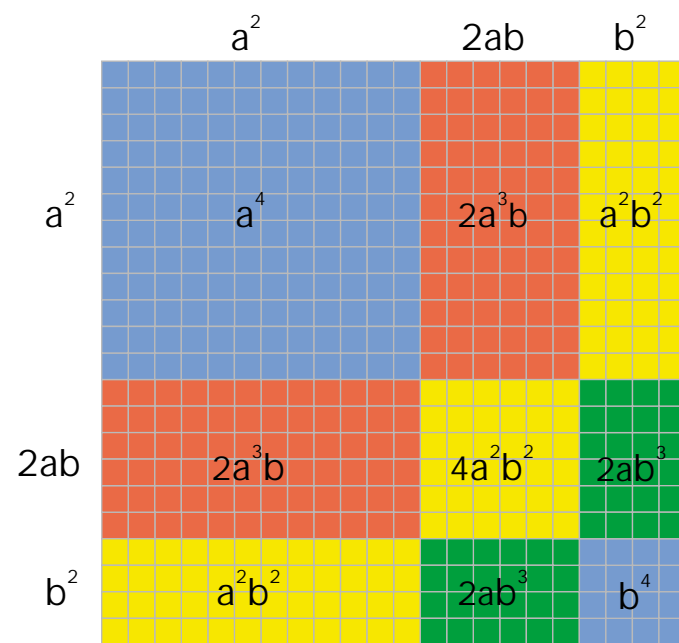
$(2 + 3)^2 = 5^2 = 5 \times 5$	$a^2 = 9$ $2ab = 12$ $b^2 = 4$ <hr/> $= 25$
--------------------------------	--

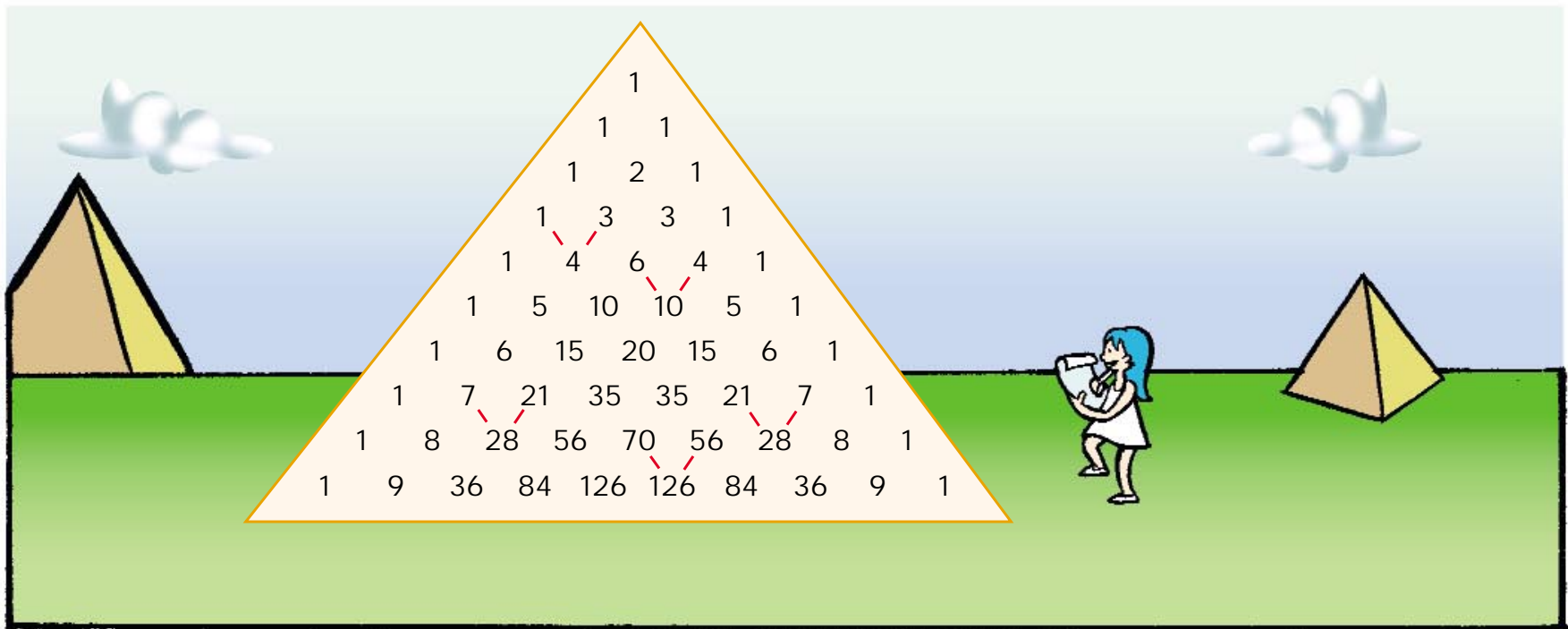
$(2 + 3)^3 = 5^3 = 5 \times 5 \times 5$	$a^3 = 27$ $3a^2b = 54$ $3ab^2 = 36$ $b^3 = 8$ <hr/> $= 125$
---	--



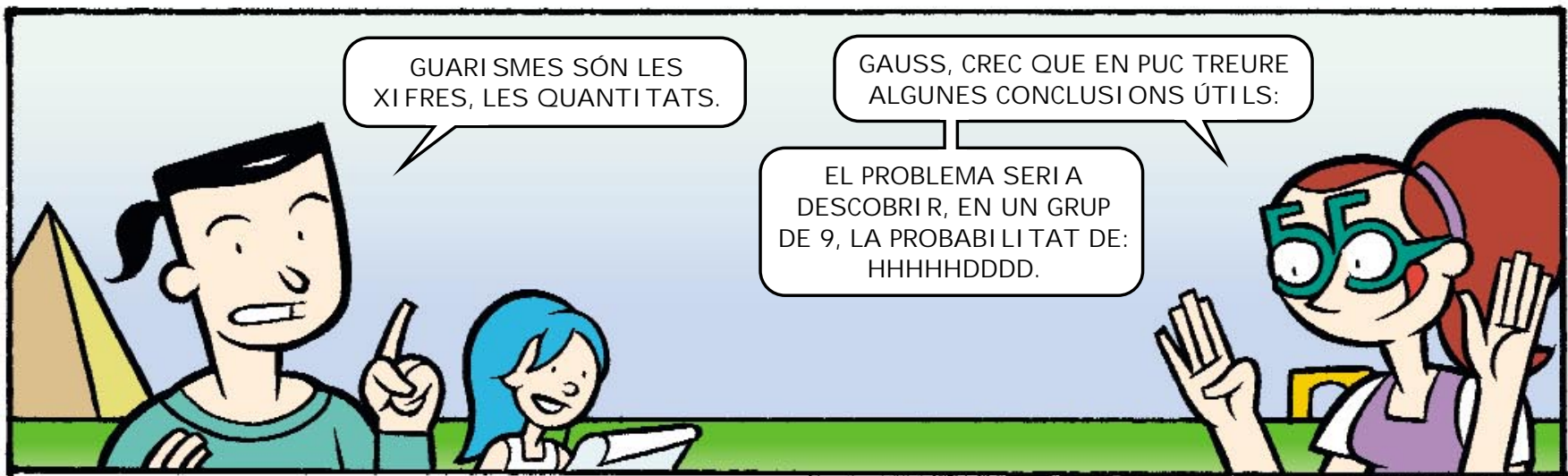
Experiments

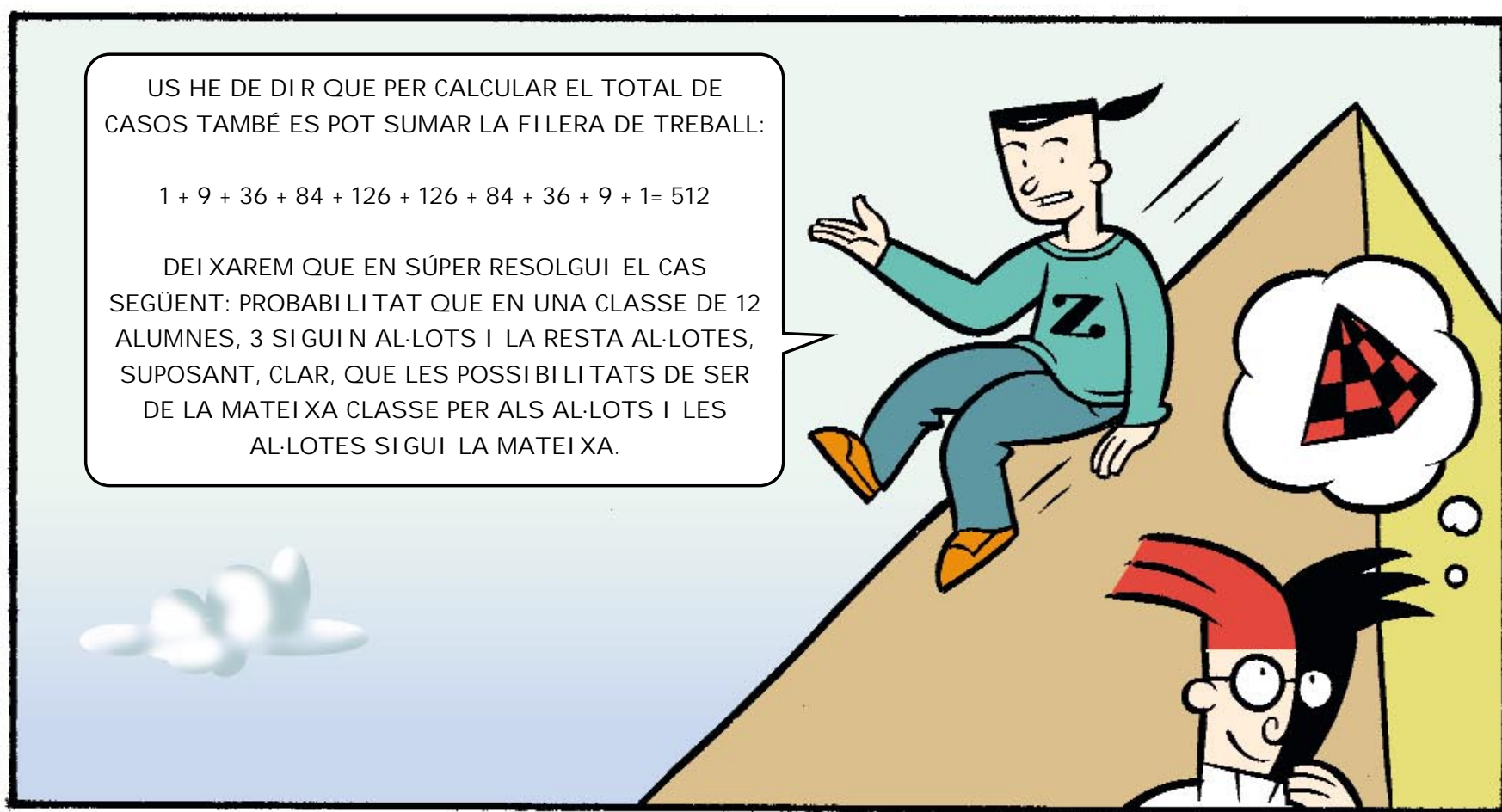
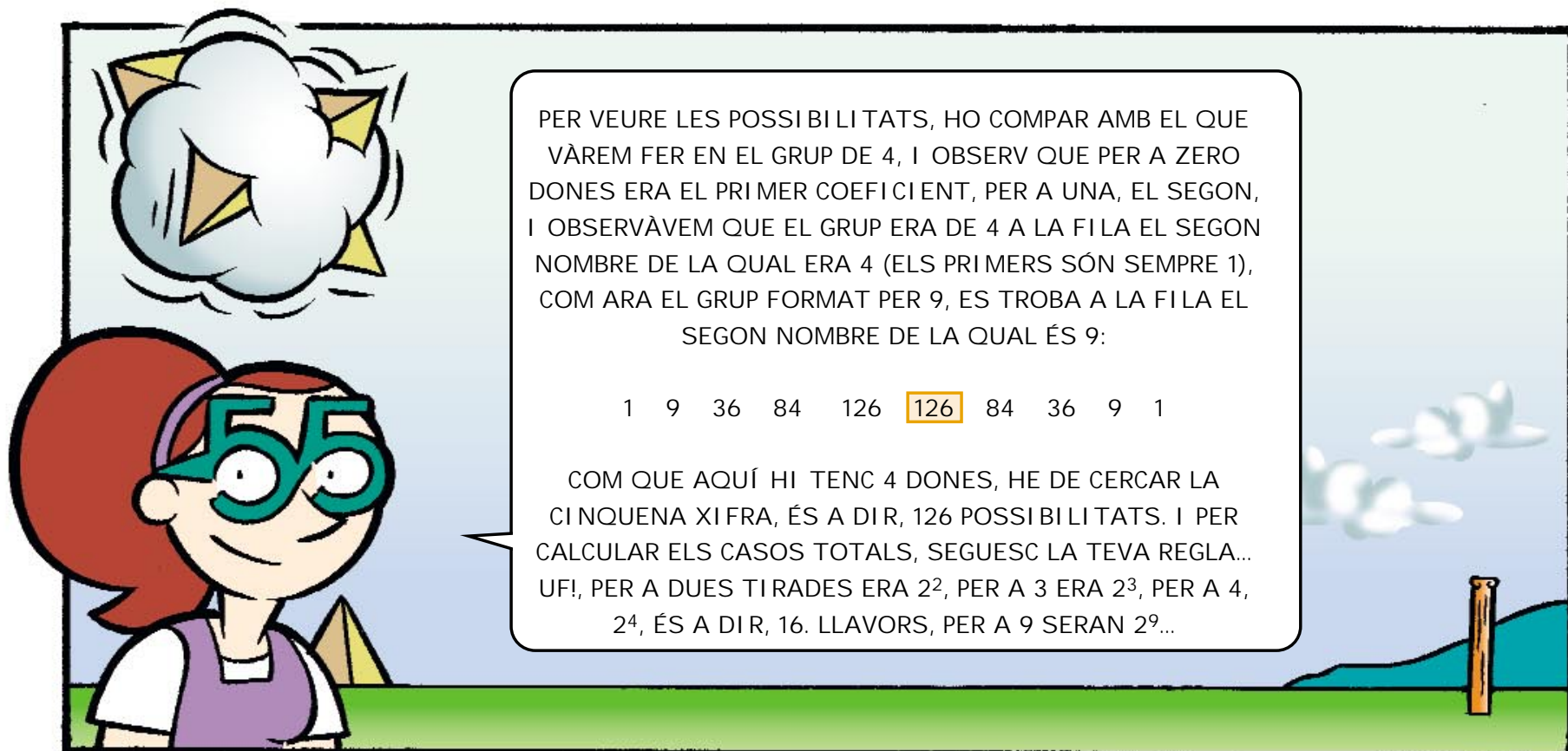
$$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

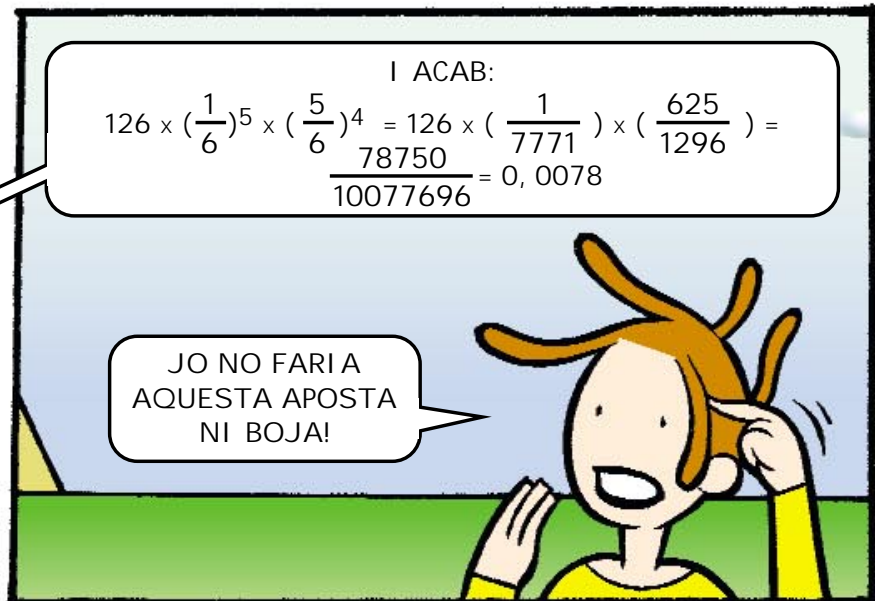




SEGUR QUE JA HO HEU DESCOBERT! EXCEPTUANT ELS 1 DELS LATERALS, QUE SEMPRE ES POSEN, LA RESTA DE NOMBRES S'OBTENEN, CADASCUN, SUMANT ELS DOS GUARISMES QUE TÉ A DAMUNT.







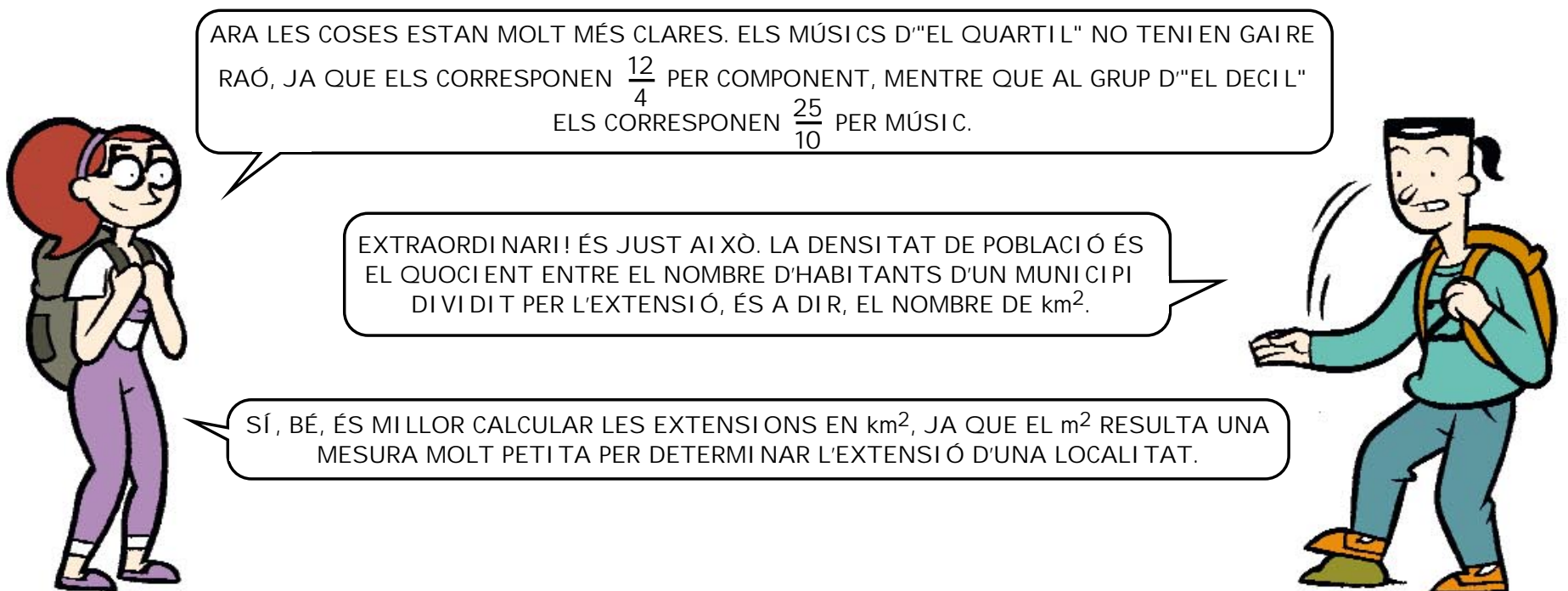
CAPÍTOL 6



CHARLES DODGSON

Conegut pel gran públic com a Lewis Carroll, matemàtic anglès (1832-1898) autor d'*Alícia al país de les meravelles*, *A través del mirall...* Els seus relats es poden establir propers a la teoria de jocs i predre's en algunes situacions amb base en aplicacions estadístiques.



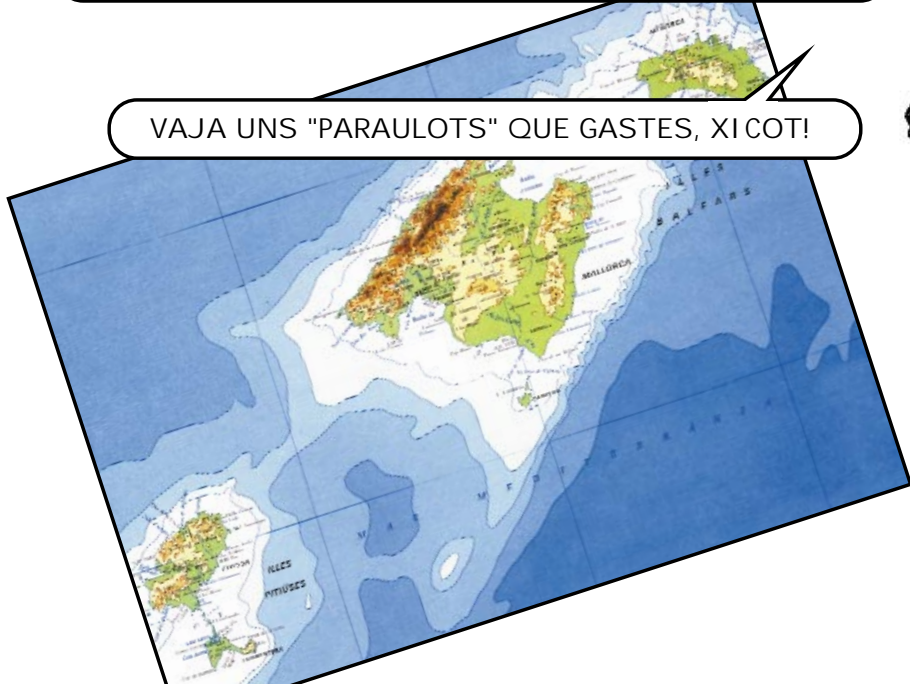




JA HO SÉ, PERÒ PARLAM D'UNA MESURA MATEMÀTICA, D'UNA RÀTIO, D'UN QUOCI ENT, D'UNA RAÓ, NO D'UNA MI DA DE FUSTERS... VULL DIR QUE NO HEM DE SERRAR NINGÚ...



VAJA UNS "PARAULOTS" QUE GASTES, XICOT!



NO ET PREOCUPIS, AQUESTES PARAULES SIGNIFI QUEN EL MATEI X, QUEDEN BÉ SI NO ET VOLS REPETIR!

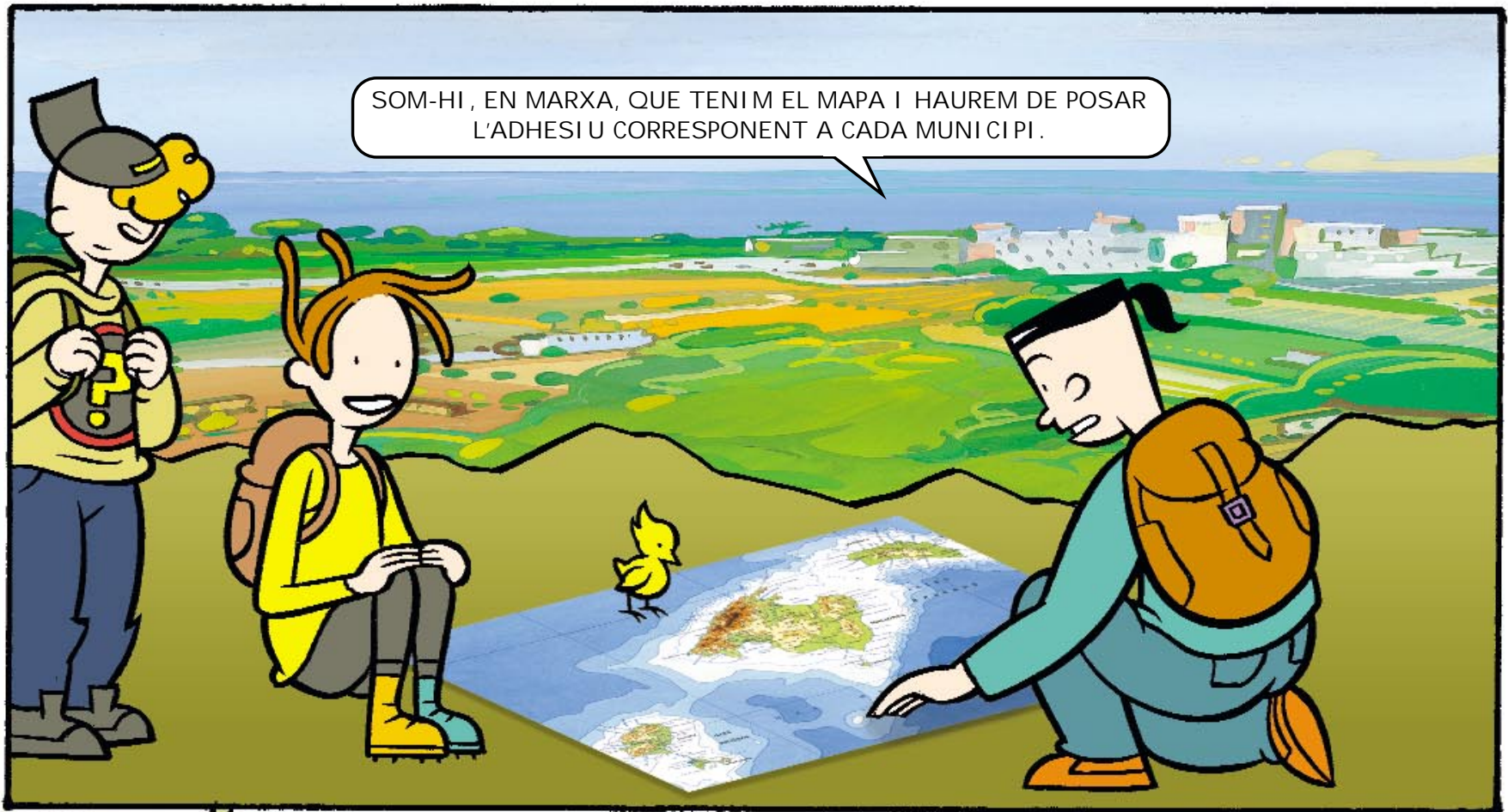
EN POQUES PARAULES, HEM DE TENIR EN COMPTE EL NOMBRE D'HABI TANTS DEL MEU POBLE (TOT EL MUNICI PI) I DIVIDI R-LO PER L'EXTENSI Ó.



ARA PENS QUE TANTA SORT QUE HEM DE CALCULAR LA DENSI TAT DE POBLACI Ó DE LES BALEARS I NO LA DE HONG KONG, JA QUE, COM QUE ALLÀ NOMÉS HI HA UNS POCs km², HAURÍ EM DE POSAR LES PERSONES FORMANT PI RÀMI DES PERQUÈ HI CABESSIN.

AI XÒ MI LLORA, ENDEVI NALL!

BÉ, EH..., HUMM...



COMENCEM CALCULANT:

LA DENSITAT DE POBLACIÓ DE LES BALEARS:

$$\frac{796.483}{5.012,6} = 158,896 \text{ HAB/km}^2$$

LA DENSITAT DE POBLACIÓ DE FORMENTERA:

$$\frac{5.859}{83,20} = \dots\dots\dots$$

LA DENSITAT DE POBLACIÓ D'EIVISSA:

$$\frac{8.444}{572,6} = \dots\dots\dots$$

LA DENSITAT DE POBLACIÓ DE MALLORCA:

$$\frac{\dots\dots\dots}{3.640} = \dots\dots\dots$$

LA DENSITAT DE POBLACIÓ DE MENORCA:

$$\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = 96,466 \text{ HAB/km}^2$$

Capítol 6 - CHARLES DODGSON

MUNICIPI	Habitants	Extensió	Densitat de Població
I lles Balears	796483	5012,60	158,896 Hab./km ²
Alaró	3834	45,70	Hab./km ²
Alcúdia	10581	60,00	Hab./km ²
Algaida	3542	89,80	Hab./km ²
Andratx	8333	81,50	Hab./km ²
Artà	5936	139,80	Hab./km ²
Banyalbufar	503	18,10	Hab./km ²
Binissalem	5019	29,80	Hab./km ²
Búger	951	8,30	Hab./km ²
Bunyola	4338	84,70	Hab./km ²
Calvià	32587	145,00	Hab./km ²
Campanet	2277	34,70	Hab./km ²
Campos	6944	149,70	Hab./km ²
Capdepera	6752	54,90	Hab./km ²
Consell	2210	13,70	Hab./km ²
Costitx	849	15,40	Hab./km ²
Deià	625	15,20	Hab./km ²
Escorca	275	139,40	Hab./km ²
Esporles	3811	35,30	Hab./km ²
Estellencs	338	13,40	Hab./km ²
Felanitx	14600	169,80	Hab./km ²
Fornalutx	580	19,50	Hab./km ²
Inca	21103	58,30	Hab./km ²
Lloret de Vistalegre	837	17,40	Hab./km ²
Lloseta	4529	12,10	Hab./km ²
Llubí	1893	34,90	Hab./km ²
Llucmajor	21771	327,30	Hab./km ²
Manacor	30177	260,30	Hab./km ²
Mancor de la Vall	936	19,90	Hab./km ²
Maria de la Salut	1733	30,50	Hab./km ²
Marratxí	18084	54,20	Hab./km ²
Montuiri	2235	41,10	Hab./km ²
Muro	6028	58,60	Hab./km ²
Palma	319181	208,60	Hab./km ²
Petra	2571	69,90	Hab./km ²
Pollença	13450	151,70	Hab./km ²
Porreres	4226	86,90	Hab./km ²
sa Pobla	10064	48,60	Hab./km ²
Puigpunyent	1163	42,30	Hab./km ²

Capítol 6 - CHARLES DODGSON

Sencelles	1969	52,90	Hab./km ²
Sant Joan	1662	38,50	Hab./km ²
Sant Llorenç	5594	82,10	Hab./km ²
Santa Eugènia	1114	20,30	Hab./km ²
Santa Margalida	7107	86,50	Hab./km ²
Santa Maria del Camí	4558	37,60	Hab./km ²
Santanyí	7974	124,90	Hab./km ²
Selva	2918	48,70	Hab./km ²
ses Salines	3240	39,10	Hab./km ²
Sineu	2616	47,70	Hab./km ²
Sóller	11207	42,80	Hab./km ²
Son Servera	8065	42,60	Hab./km ²
Valldemossa	1599	42,90	Hab./km ²
Vilafranca de Bonany	2249	24,00	Hab./km ²
Ariany	772	23,90	Hab./km ²
MALLORCA	637510	3640,80	Hab./km²

Alaior	7046	109,90	Hab./km ²
Ciutadella	21785	186,30	Hab./km ²
Ferrerries	3921	66,10	Hab./km ²
Maó	22358	117,20	Hab./km ²
es Mercadal	2723	158,00	Hab./km ²
Sant Lluís	4106	34,80	Hab./km ²
es Castell	6005	11,70	Hab./km ²
es Migjorn Gran	1126	32,00	Hab./km ²
MENORCA	69070	716,00	96,466 Hab./km²

Formentera	5859	83,20	Hab./km ²
------------	------	-------	----------------------

Eivissa	31582	11,10	Hab./km ²
S. Antoni de Portmany	14849	126,80	Hab./km ²
Sant Josep	13364	159,40	Hab./km ²
S. Joan de Labritja	3943	121,70	Hab./km ²
Santa Eulàlia des Riu	20306	153,60	Hab./km ²
EIVISSA	84044	572,60	Hab./km²

CAPÍTOL 7



WILLIAM SEALEY GOSSET

Estadístic britànic (1876 - 1937).
Químic a la fàbrica Guinness amb treballs estadístics extraordinaris sobre mostres petites, no és conegut pel seu nom sinó pel pseudònim de *Student* (Estudiant) i així es coneix també la distribució "t" de Student.



AVUI FAREM UNA VISITA A L'INSTITUT BALEAR D'ESTADÍSTICA. HE DEMANAT QUE ENS HI DEIXIN REUNIR PERQUÈ AI XÍ TENDREM MATERIAL PER FER FEINA.



M'INTERESSA VEURE COM ÉS AIXÒ PERQUÈ LI VAIG AGAFANT AFICIÓ A A L'ESTADÍSTICA, I CONVÉ QUE EM VAGI N CONEIXENT, PER SI QUALQUE DIA, QUAN HO SÀPIGA TOT, ME'N NOMENEN DIRECTOR.



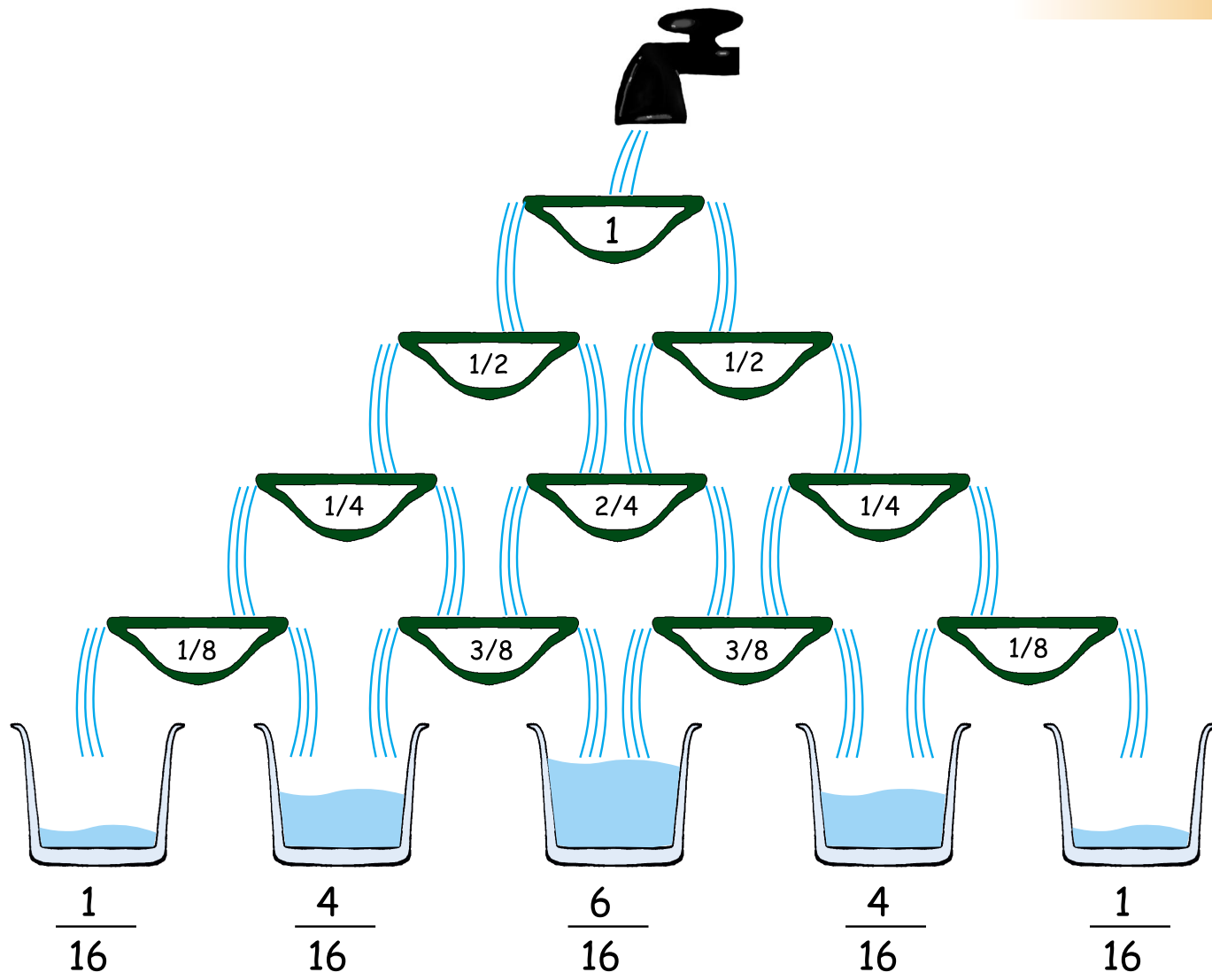
NO HO FACEU MASSA BÉ, QUE NO SIGUI QUE US ENCARREGUI N QUALQUE ESTUDI ...



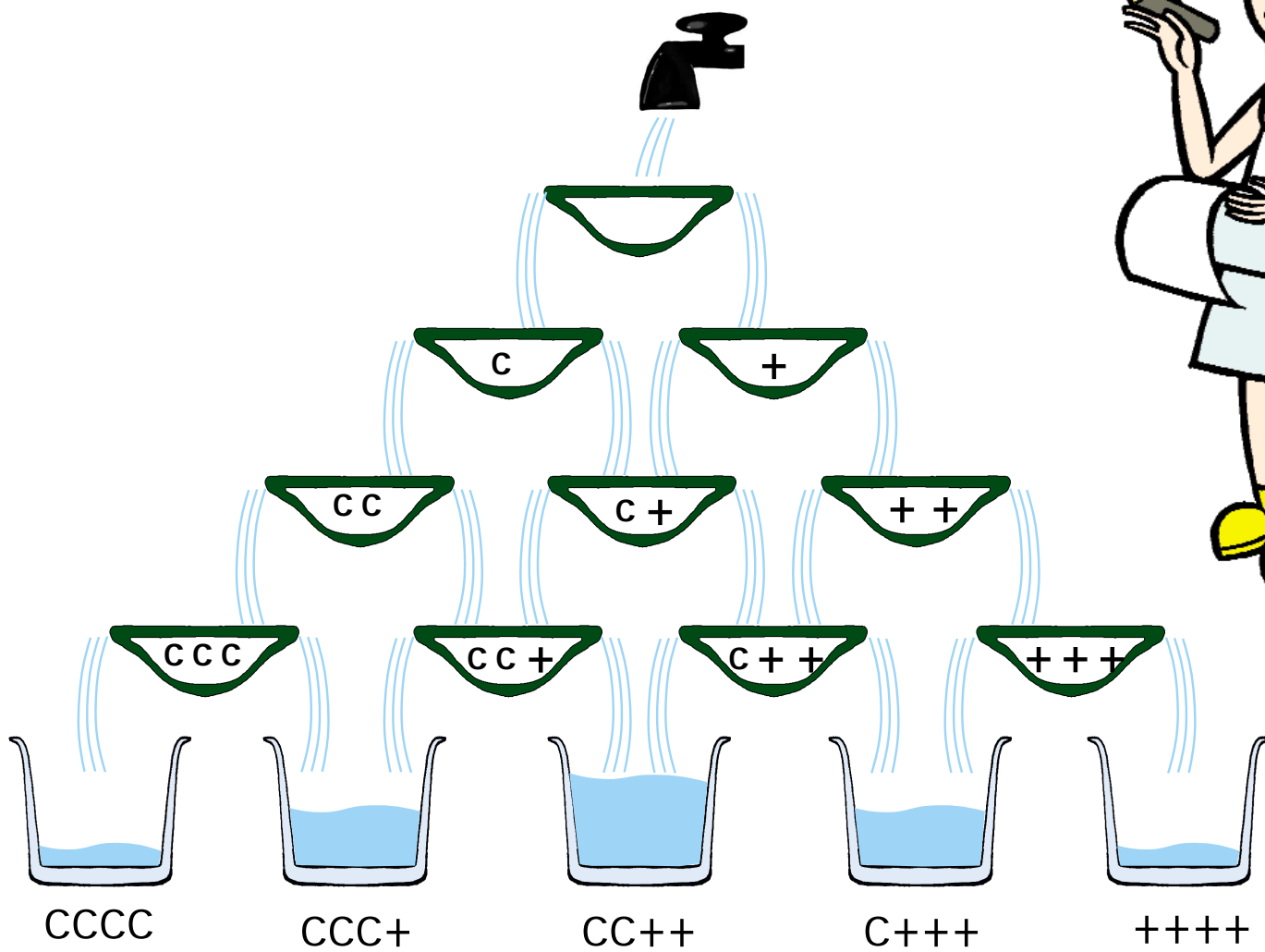
ARA SÍ QUE TINDREM DADES PER ALS NOSTRES EXPERIMENTS.



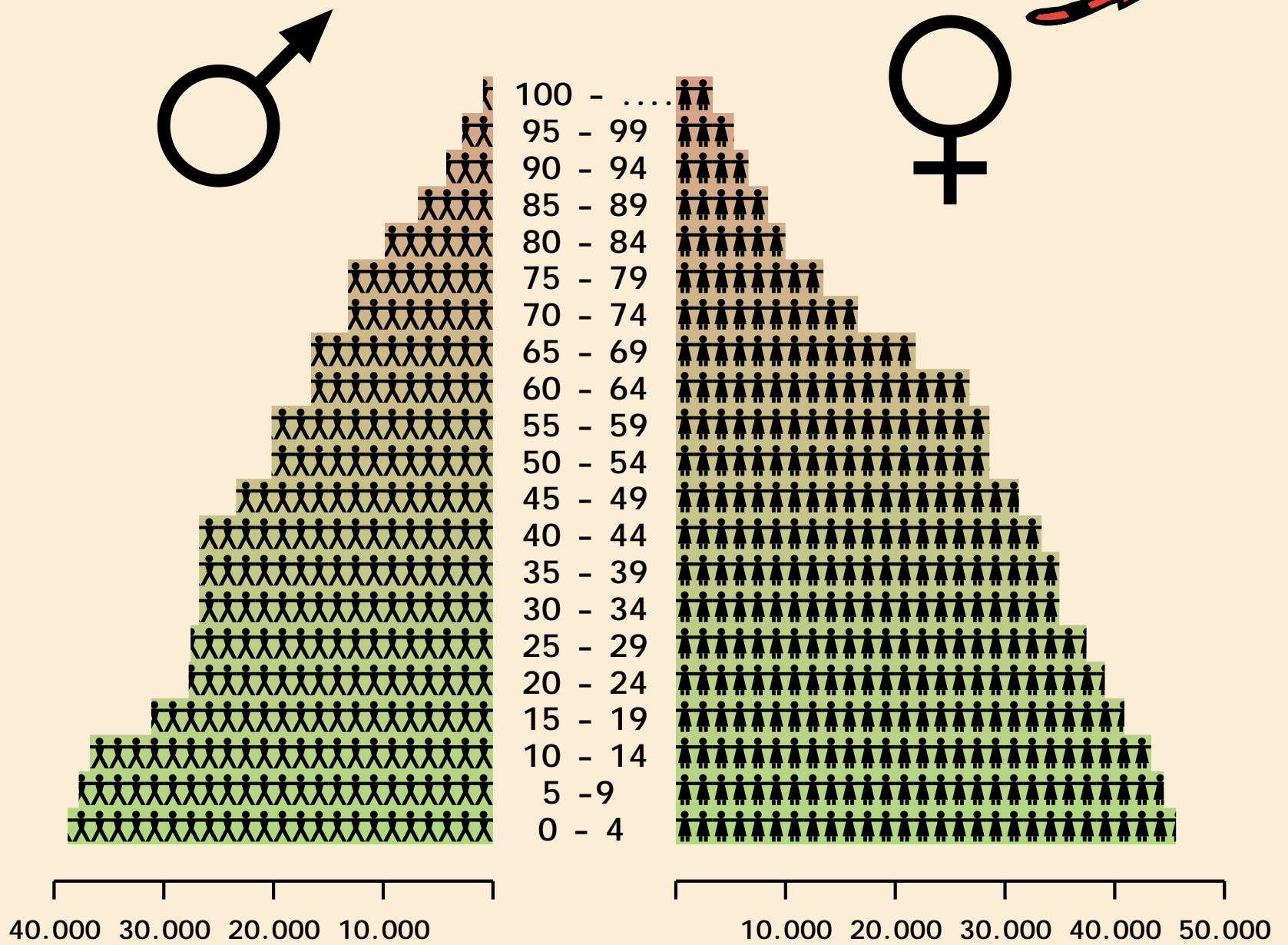
FI XAU-VOS EN AQUEST QUADRE. EXPLICA LES PROBABILITATS DE DIVERSES TIRADES DE MONEDA, O LES PROBABILITATS DE DIVERSES JUGADES D'ENCERT-FRACÀS AMB PROBABILITAT $\frac{1}{2}$.

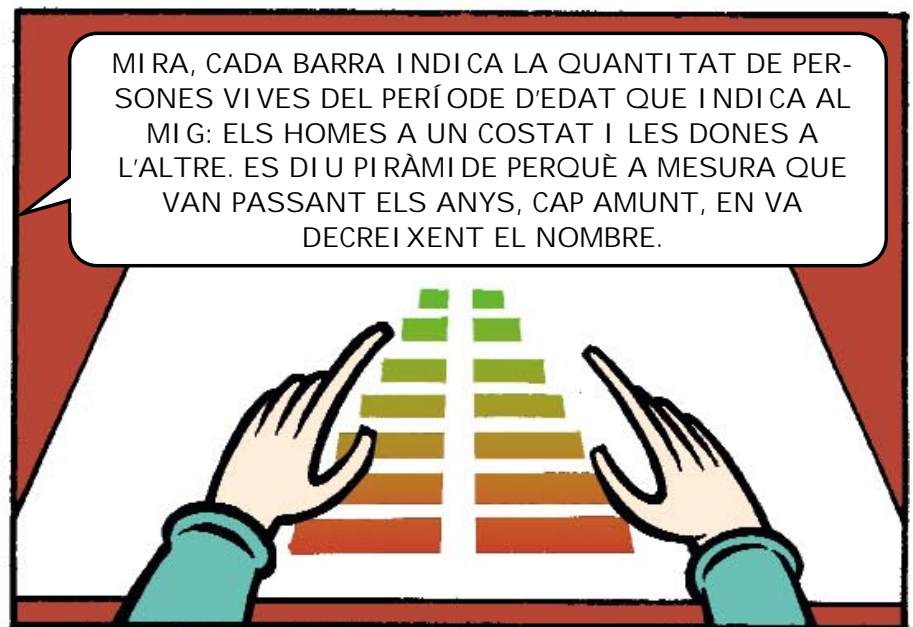


EL PODEM COPIAR I EL PODEM COMPARAR AMB EL DIBUIX QUE HEM FET.



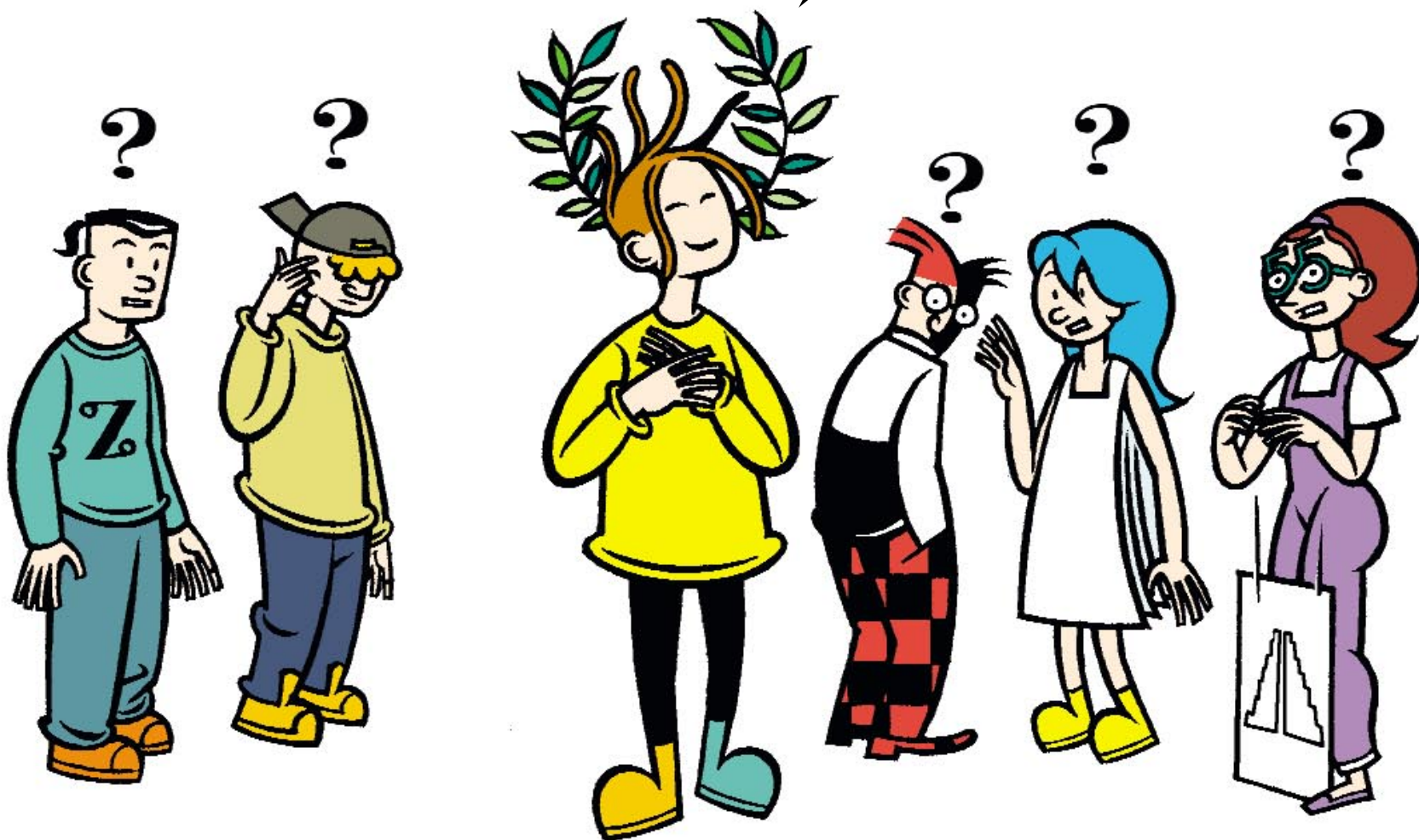
AI XÒ ES POSA INTERESSANT. FI XAU-VOS EN AQUEST GRÀFIC. DEU TENIR QUALQUE COSA A VEURE AMB EL QUE TRACTÀVEM, JA QUE L'ANOMENEN PIRÀMIDE DE DE POBLACIÓ.







SÍ, PERQUÈ AMB SORT HAUREU DE VENIR TOTS QUAN EM DONI N EL NOBEL.



BBRRRRUMM... !!!

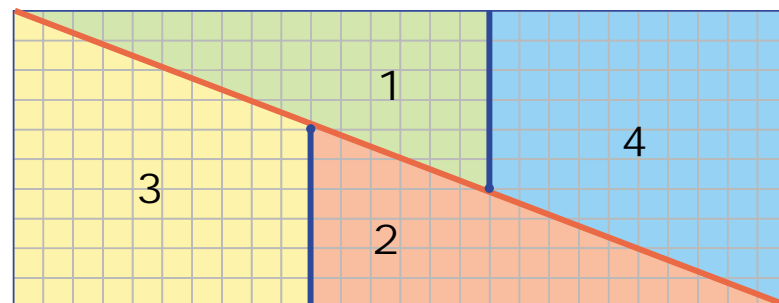
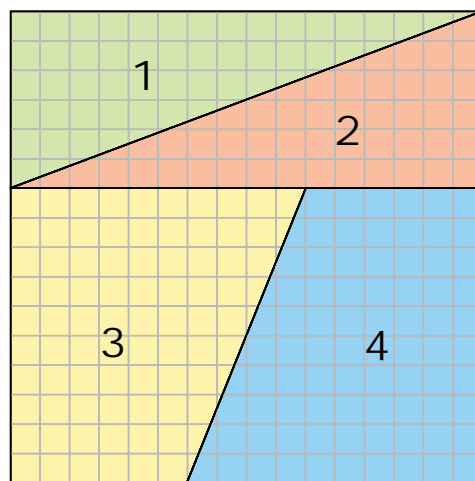


Experiments



US EN POSARÉ UN EXEMPLE, QUE SURT AL LLIBRE DE PARADOXES I CURIOSITATS, QUE US HO DEMOSTRARÀ.

FI XAU-VOS EN AQUESTS DOS DIBUIXOS:



Experiments



ESTAN COMPOSTS PER LES MATEIXES FIGURES, PERÒ COL·LOCADES EN DISTINTES POSICIONS:

DOS TRIANGLES DE 16 X 6 QUADRÍCULES
DOS TRAPECIS RECTANGULARS DE BASES 6 I 10 I ALÇADA 10

PER TANT, LES ÀREES DEL QUADRAT I DEL RECTANGLE TOQUEN SER IGUALS

VEGEM-HO:

QUADRAT: $16 \times 16 = 256$

RECTANGLE: $26 \times 10 = 260$



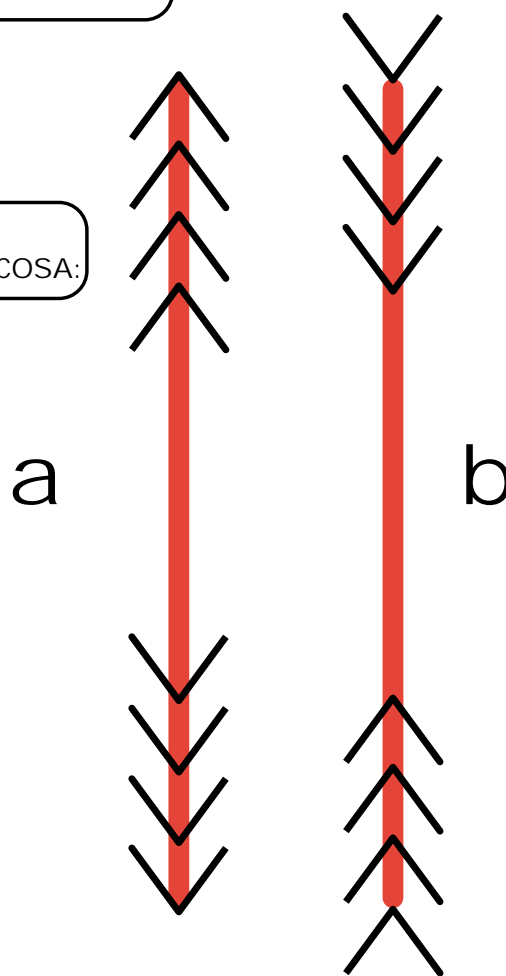
TOCARI EN DONAR LA MATEIXA ÀREA.



JA HI SOM...



ABANS DE DONAR-VOS L'EXPLICACIÓ, DIBUIXEM UNA COSA:

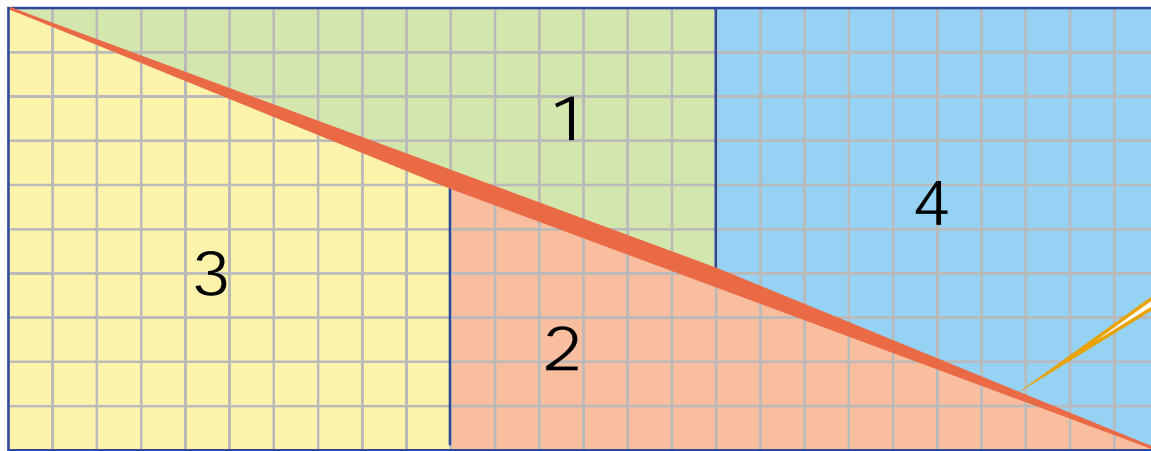


A QUE EL SEGMENT "A" SEMBLA MÉS PETIT QUE EL "B"?



DONCS US PROMET QUE SÓN IGUALS, I HO PODEU COMPROVAR. DE LA MATEIXA MANERA, SI EL DIBUIX ANTERIOR EL FEM AMB LES LÍNIES TAN FINES COM SI GUI POSSIBLE, VEUREM QUE LES FIGURES NO COINCIDEIXEN.

Experiments



EN VERMELL
HI HA ELS 4
QUADRETS QUE
FALTAVEN.



CAPÍTOL 8



ETIENNE L. LASPEYRES i HERMANN PAASCHE

Creadors dels índexs del "cost de la vida" que avui es continuen utilitzant.



Educació Estadística Illes Balears:

Curs:	Infantil	Índex	Primària	Índex	ESO	Índex
88-89	19.957	1	96.772	1,1260		
89-90	19.958	1,0001	95.596	1,1123		
90-91	19.220	0,9631	92.481	1,0761		
91-92	19.313	0,9677	89.024	1,0358		
92-93	19.706	0,9874	85.944	1	4.432	1
93-94	20.123	1,0083	83.197	0,9680	8.683	1,9592
94-95	20.719	1,0382	80.008	0,9309	10.742	2,4237
95-96	22.063	1,1055	77.419	0,9008	13.609	3,0706
96-97	23.169	1,1609	64.165	0,7466	28.975	6,5377
97-98	23.982	1,2017	55.294	0,6434	38.872	8,7708
98-99	24.449	1,2251	55.600	0,6469	39.821	8,9849





FAIG CÀLCULS AL FULL QUE HEM TROBAT I OBSERV QUE, EN INFANTIL, L'ÍNDEX RESULTA DE DIVIDIR ELS ALUMNES D'UN CURS ENTRE ELS ALUMNES QUE HI VA HAVER EN UN ALTRE CURS, EL DEL 1989-1990.

$$\frac{19.958}{19.957} = 1,0001$$

$$\frac{10.220}{19.957} = 0,9631$$

$$\frac{23.169}{19.957} = 1,1609$$

PERÒ NO EM SURT A PRIMÀRIA.



ANAM MOLT BÉ AMB EL QUE HEM DESCOBERT FINS ARA. JA VEIEU QUE, EN INFANTIL, L'ÍNDEX HA MESURAT DIFERÈNCIES ENTRE GRUPS. BÉ..., ENTRE CURSOS, PERÒ JA HE DIT QUE HAURÍEM DE DIVIDIR ENTRE UN VALOR QUE ES PREN COM A BASE.

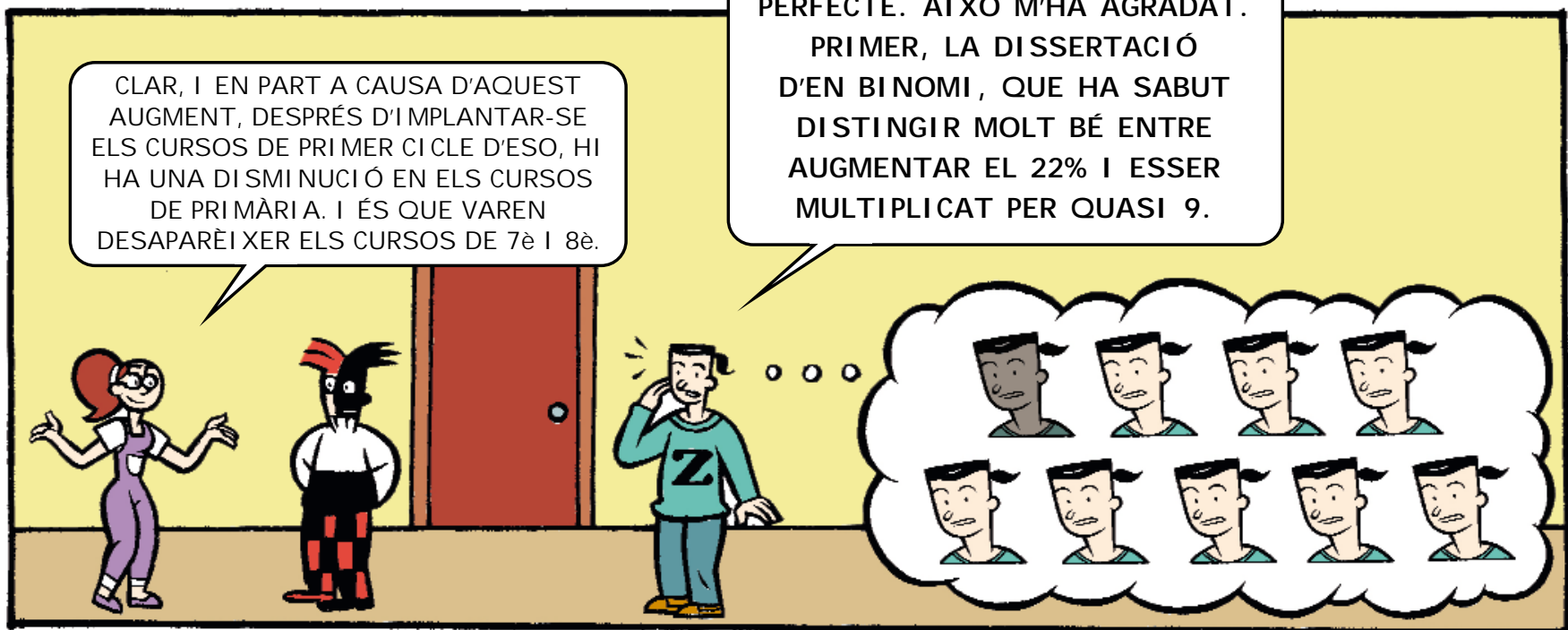




LLAVORS, SI ENS HI FIXAM, EN INFANTIL HI VA HAVER UN DESCENS D'ALUMNES DELS CURSOS: 1990-91, 1991-92 I 1992-93.
EN CANVI EN EL CURS 1998-99 N'HI HAVIA UN 22% MÉS QUE EN EL 1988-89.



LLAVORS, SI OBSERVAM ELS ÍNDEXS D'ESO, NO ÉS QUE HAGUEM AUGMENTAT UN 22%, SI NÓ QUE HEM MULTIPLICAT PER QUASI 9 EL NOMBRE D'ALUMNES QUE ESTUDIAM ESO ARA EN RELACIÓ AMB ELS QUE VAREN COMENÇAR A FER-NE EL 1992.



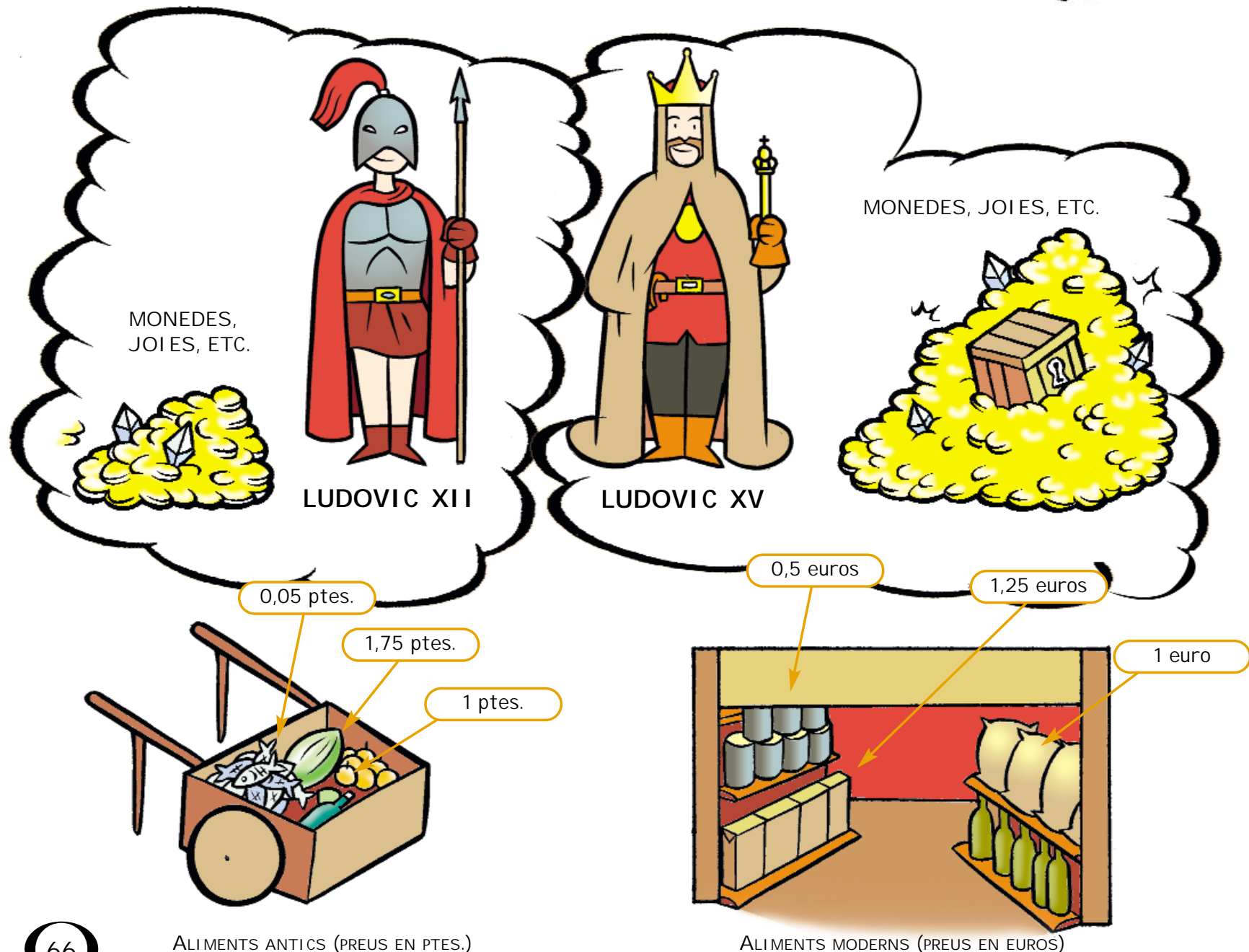


DONCS, MIRAU, HI HA MOLTES CLASSES D'ÍNDEXS: UNS DE SIMPLS, COM EL QUE HEM DESCOBERT, I UNS ALTRES DE MÉS COMPLICATS, COM L'IPC (ÍNDEX DE PREUS DEL CONSUM). EL CAS ÉS QUE M'HAN FET UN ESQUEMA, I QUAN HO TINGUEM MÉS CLAR, PODREM VENIR A DEMANAR LES FORMES DE FER-HO I LES ESTADÍSTIQUES CORRESPONENTS.



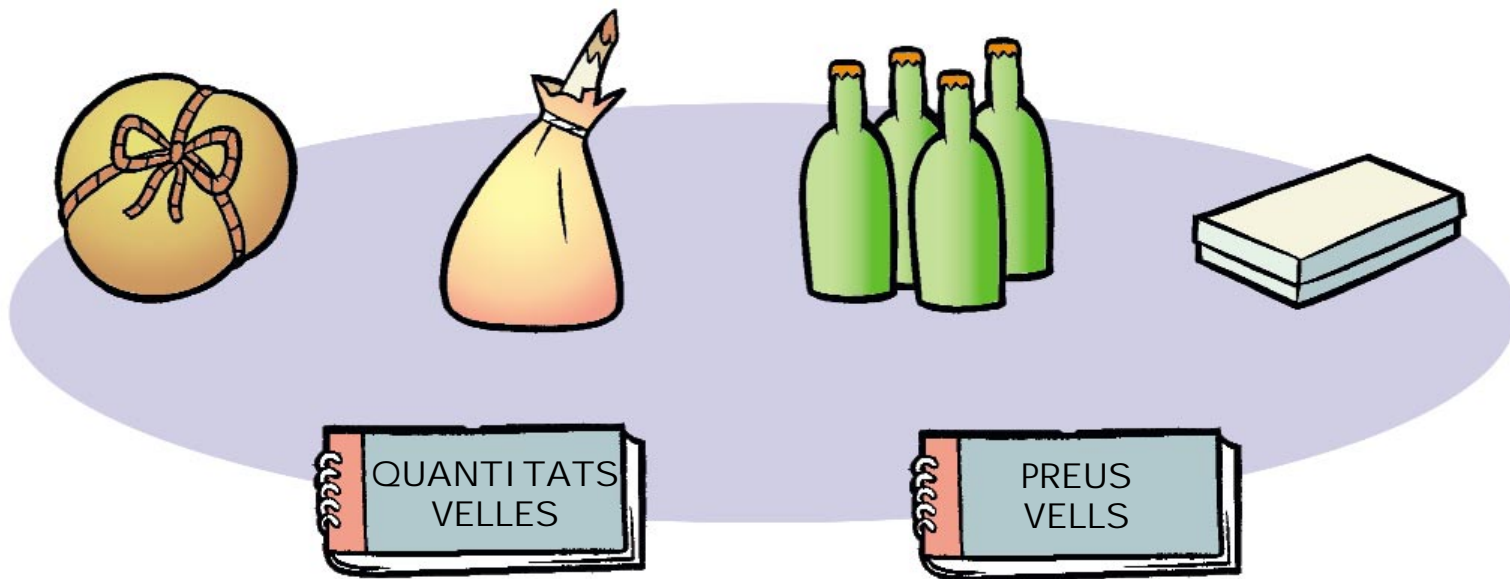
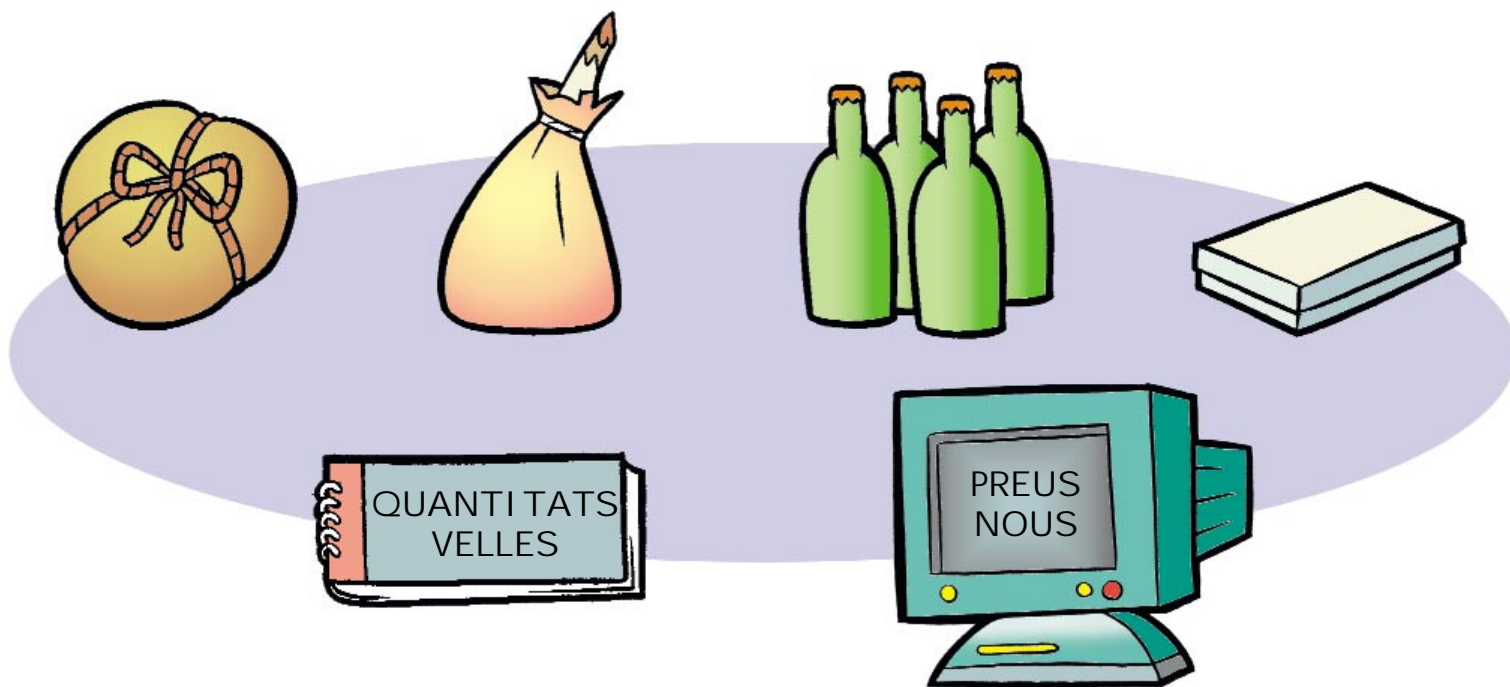


DONCS NO! PERQUÈ UN CIENTÍFIC DEL SEGLE XVII I ES VA DEDICAR, COM NOSALTRES, A FER EXPERIÈNCIES I CÀLCULS AMB UNA ESPÈCIE DE SENALLA DE LA COMPRA (QUE AVUI ANOMENARÍEM ÍNDEX DE PREUS DEL CONSUM), I VA COMPROVAR QUE DES DELS TEMPS DE LUDOVIC XII FINS A LUDOVIC XV, LA MONEDA S'HAVIA DEVALUAT AMB UN ÍNDEX DE $\frac{1}{22}$; PODEU FER COMPTES I VEUREU QUE LUDOVIC XII GUANYAVA MÉS.



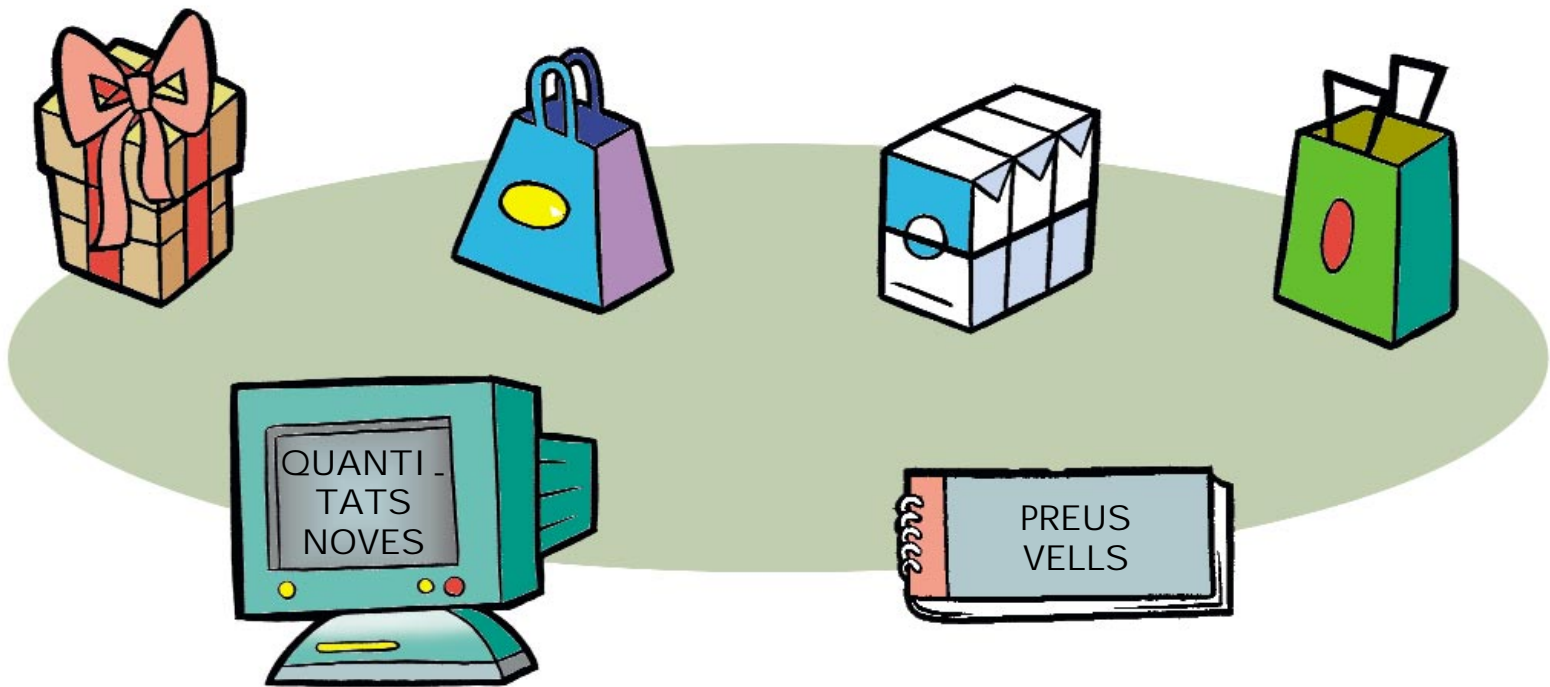
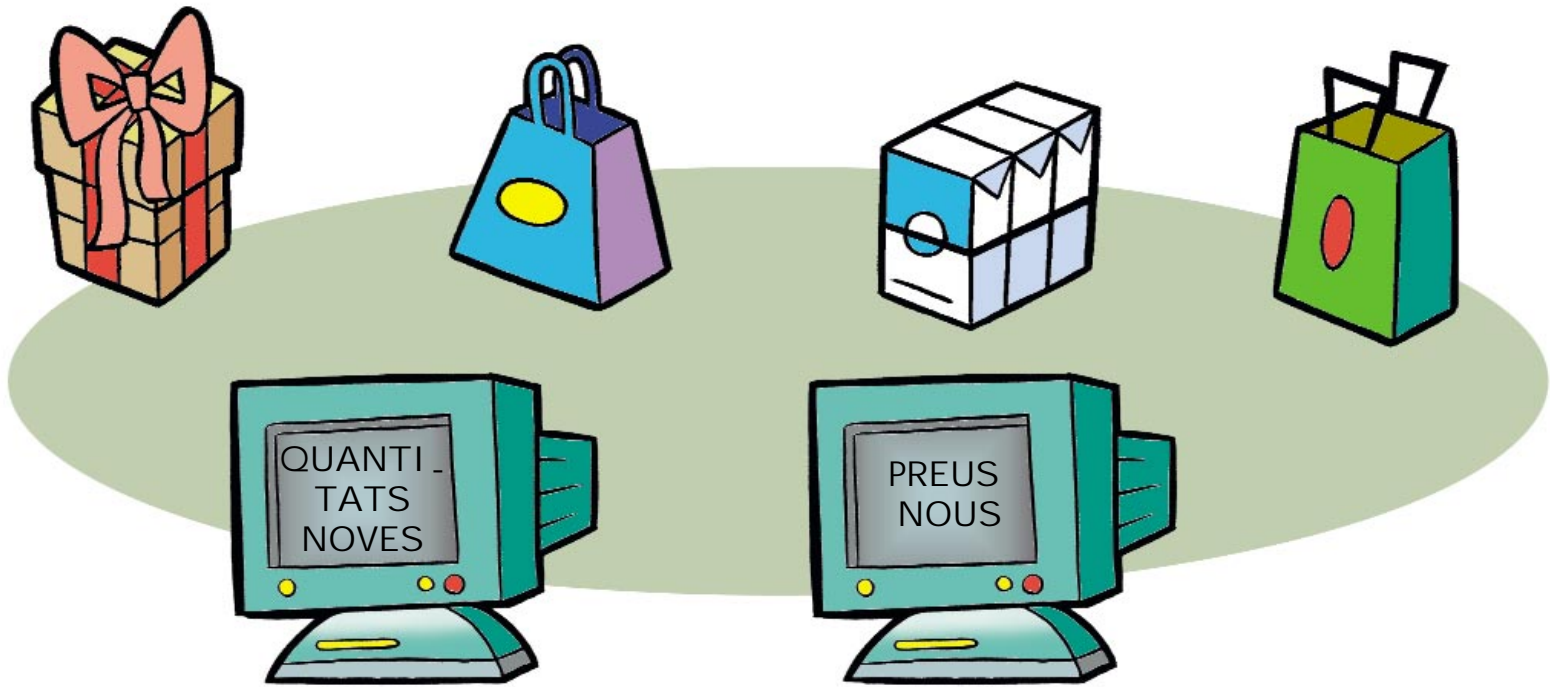


ÍNDIX DE LASPEYRES



$$I_L = \frac{\text{QUANTITATS VELLES} \times \text{PREUS NOUS}}{\text{QUANTITATS VELLES} \times \text{PREUS VELS}}$$

ÍNDEX DE PAASCHE



$$I_p = \frac{\text{QUANTITATS NOVES} \times \text{PREUS NOUS}}{\text{QUANTITATS NOVES} \times \text{PREUS VELL}}$$

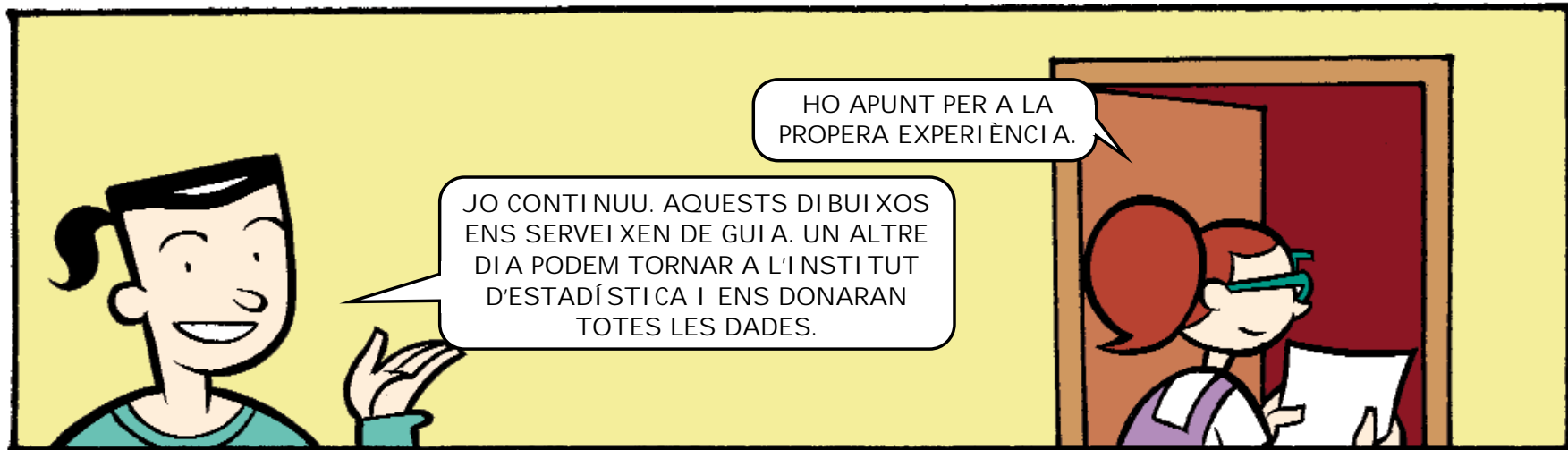


VEI EU QUE, A MÉS DE L'ÍNDEX SIMPLE QUE HEM DESCOBERT, N'HI HA MOLTS D'ALTRES? N'HI HA ALGUNS QUE S'ACONSEGUEIXEN AMB LA MITJANA D'UNS ALTRES...

=



AI XÒ DE LA MITJANA EM SONA, PERÒ NO HO RECORD GAIRE BÉ...



CAPÍTOL 9



ABRAHAM DE MOIVRE I CARL FRIEDRICH GAUSS

De Moivre (1667-1754). Científic important en molts camps de la matemàtica. Va cooperar en el canvi significatiu de l'estadística amb el pas de la distribució binomial a la normal. Entre els seus treballs trobam *La Doctrina de la sort*, que utilitza el càlcul de probabilitats.

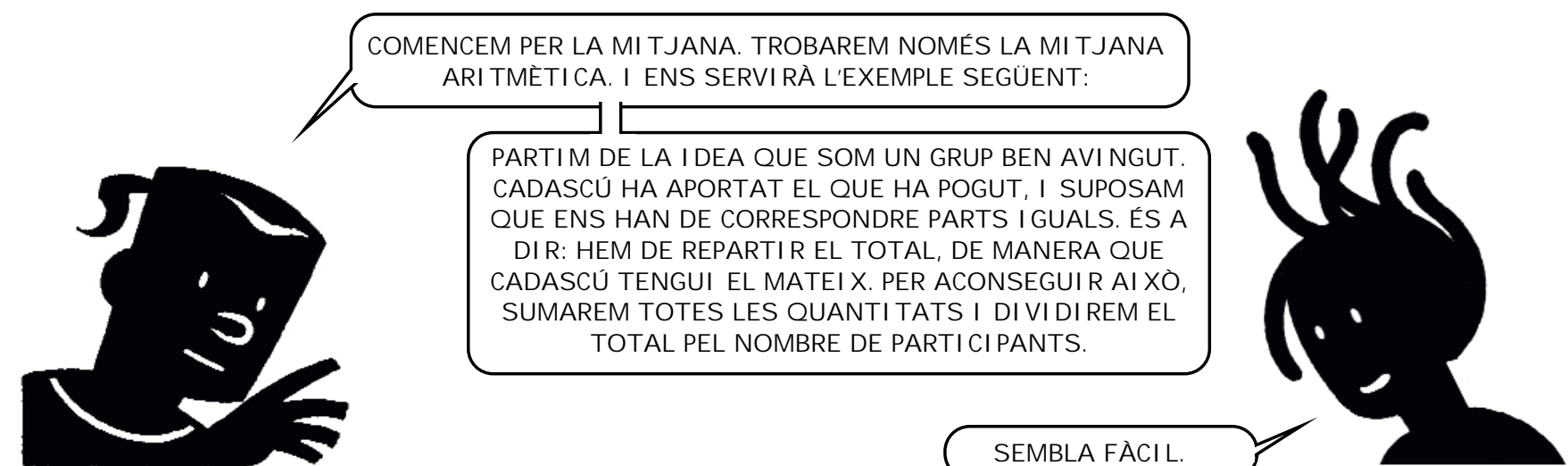
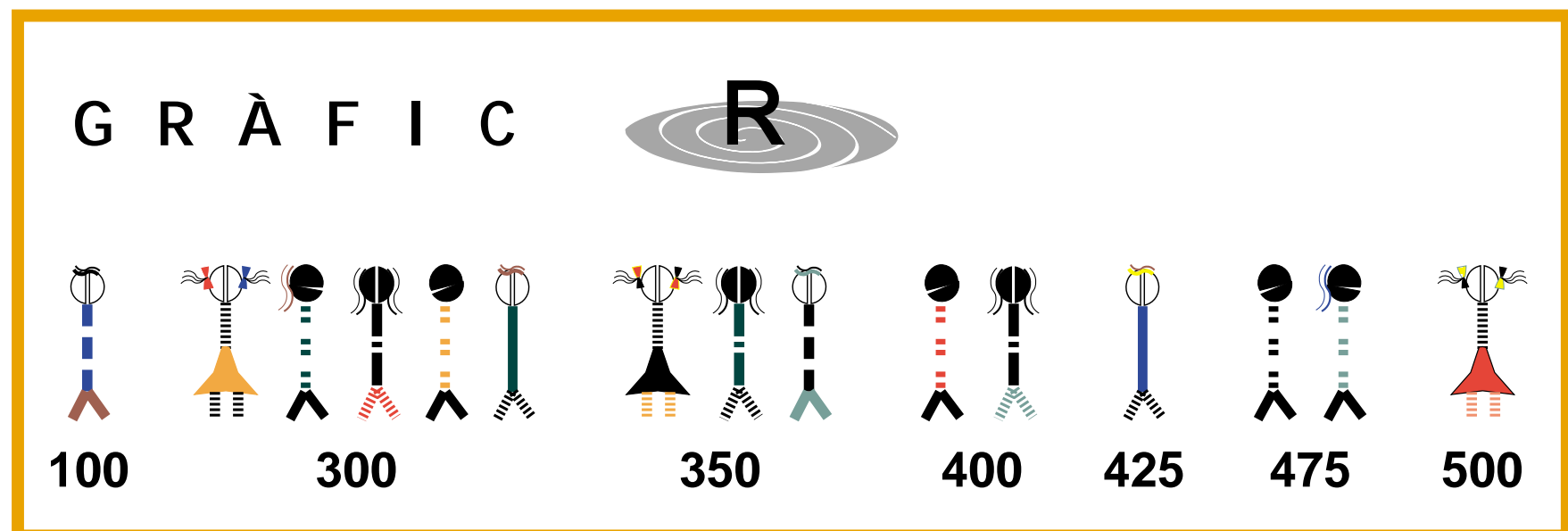
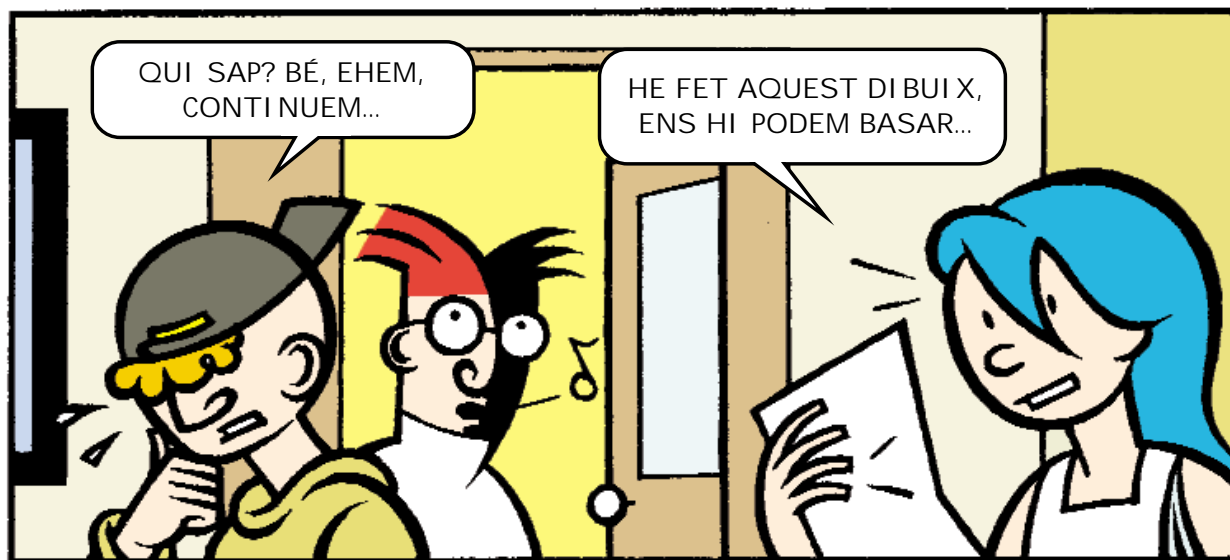
Gauss, matemàtic i estadístic alemany (1777-1855), va realitzar grans treballs relacionats amb la distribució normal, teoria d'errors, dispersió, mínims quadrats...

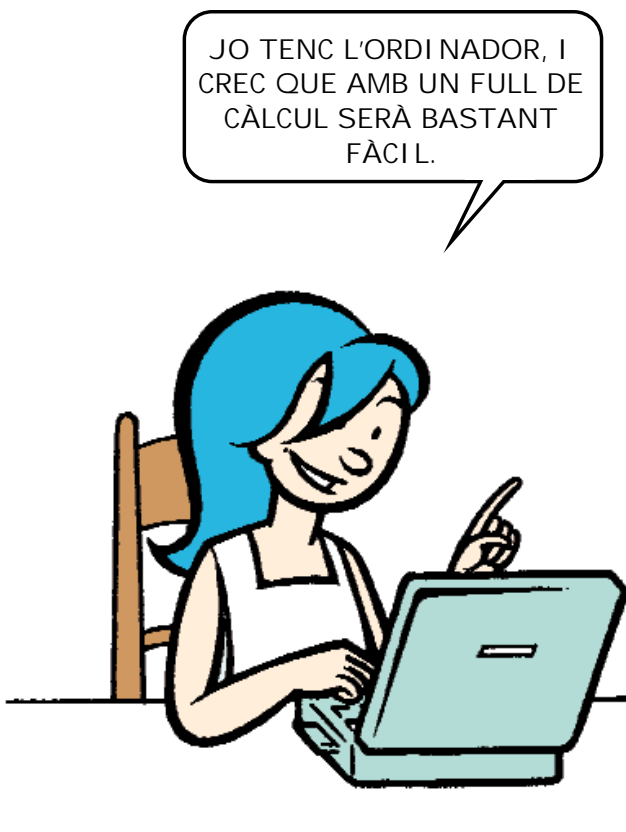
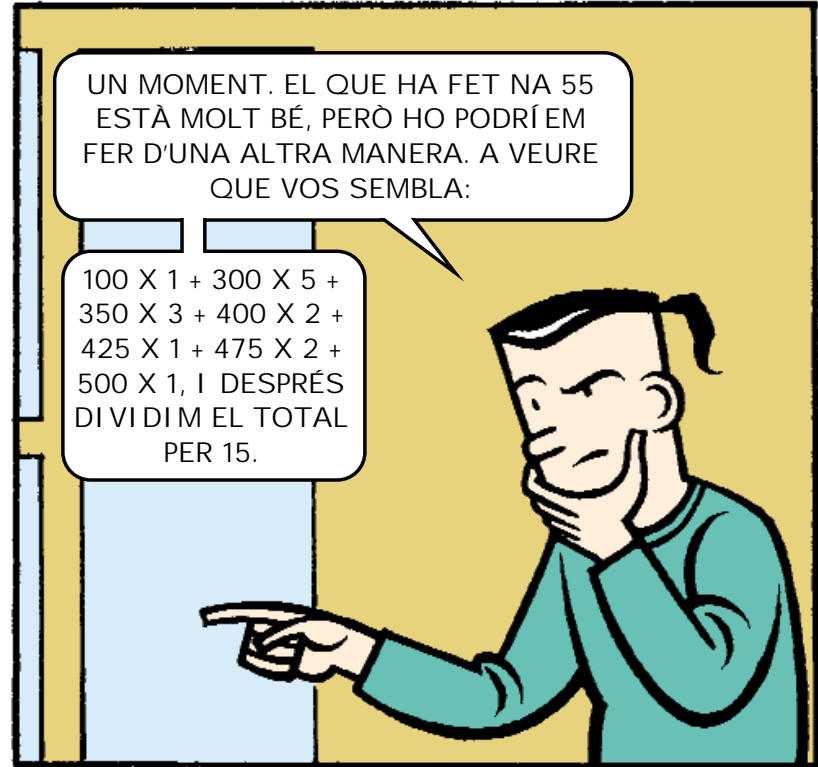
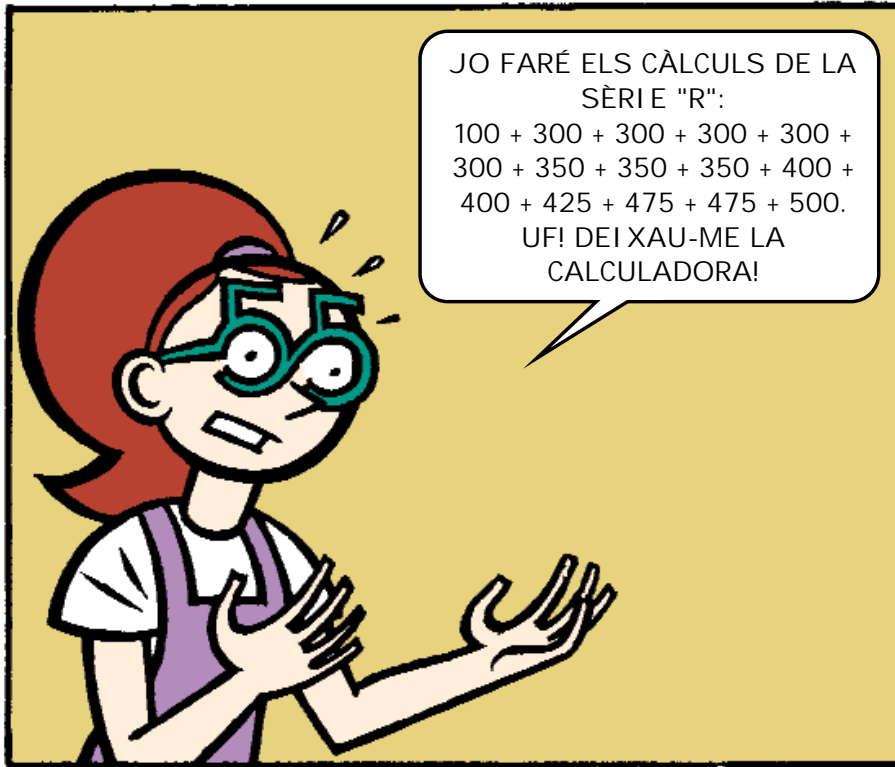


R...	F....
100	100
300	200
350	250
400	300
425	400
475	
500	

R...	F....
DE 100 N'HI HA 1	DE 100 N'HI HA 1
DE 300 N'HI HA 5	DE 200 N'HI HA 5
DE 350 N'HI HA 3	DE 250 N'HI HA 4
DE 400 N'HI HA 2	DE 300 N'HI HA 5
DE 425 N'HI HA 1	DE 400 N'HI HA 1
DE 475 N'HI HA 2	
DE 500 N'HI HA 1	







100	1	100	
300	5	1500	
350	3	1050	
400	2	800	
425	1	425	
475	2	950	
500	1	500	
TOTALS:		15	5325
Mitjana =		$\frac{5325}{15}$	= 355

Moda
 Mediana
 Mitjana = 355

7
7

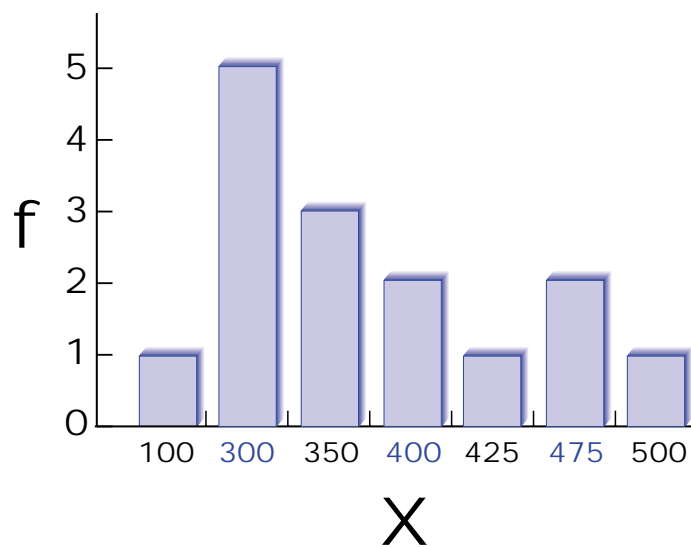


GRÀFIC R

X	f	Xxf	Xf
100	1	100x1	100
300	5	300x5	1500
350	3	350x3	1050
400	2	400x2	800
425	1	425x1	425
475	2	475x2	950
500	1	500x1	500

Totals: 15 5325

$$\text{Mitjana} = \frac{5325}{15} = 355$$

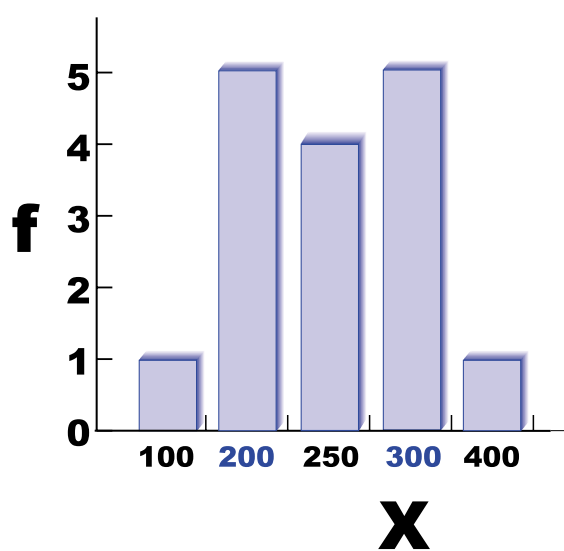


GRÀFIC F

X	f	Xxf	Xf
100	1	100x1	100
200	5	200x5	1000
250	4	250x4	1000
300	5	300x5	1500
400	1	400x1	400

Totals: 16 4000

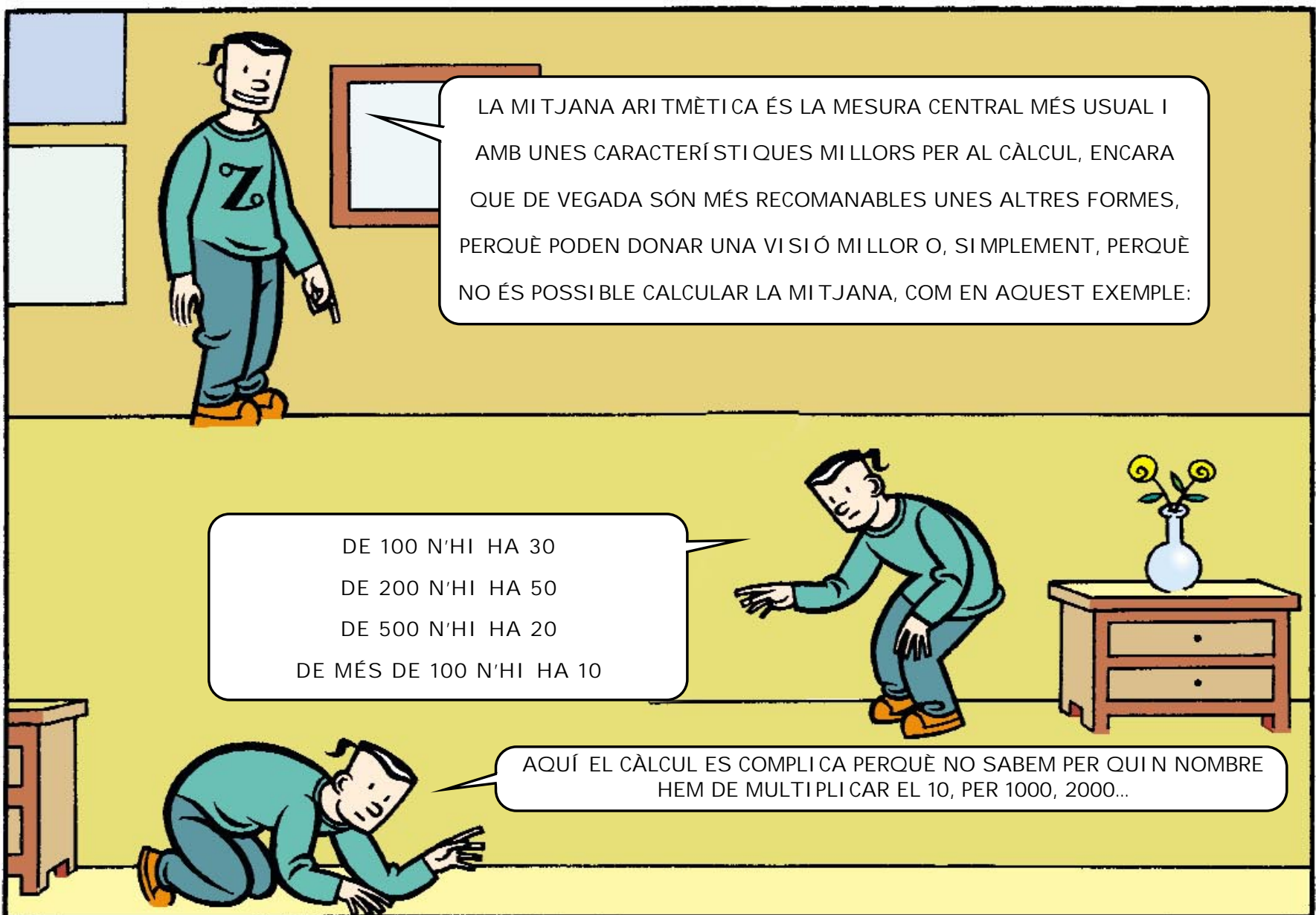
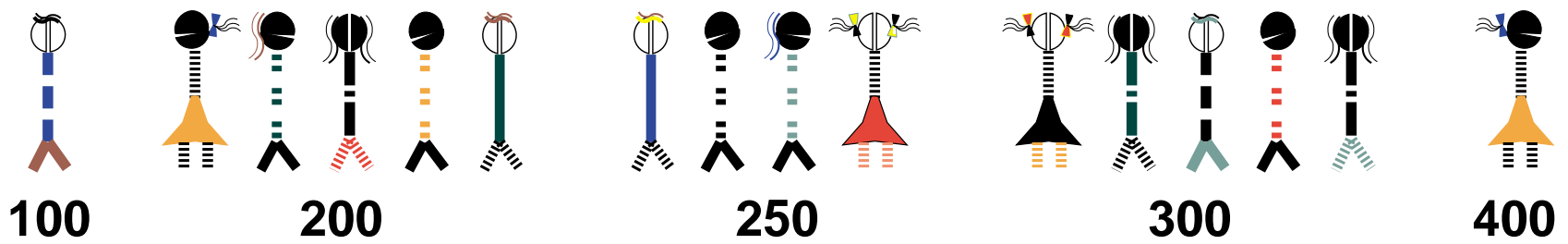
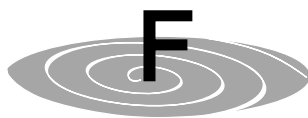
$$\text{Mitjana} = \frac{4000}{16} = 250$$

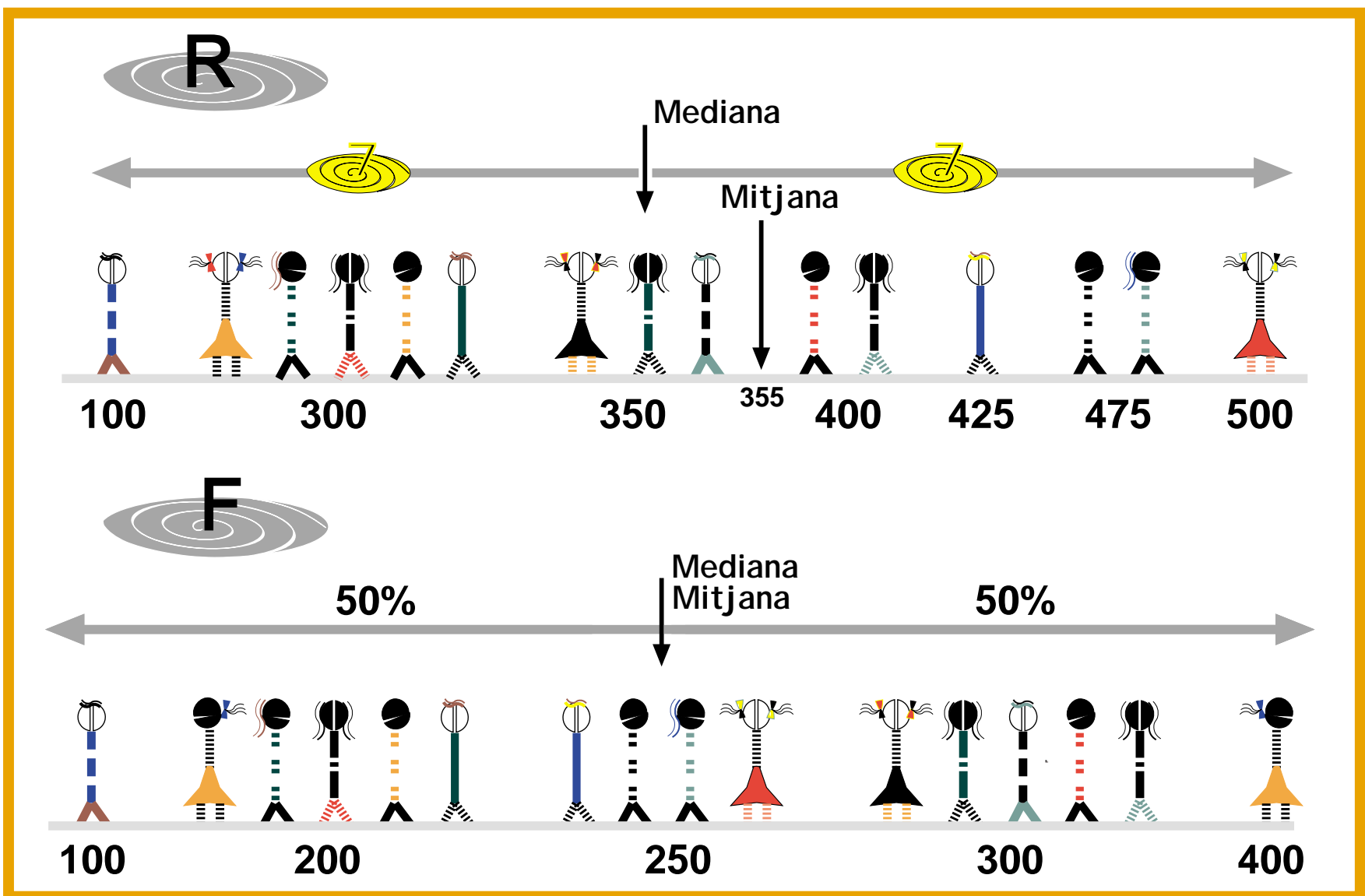


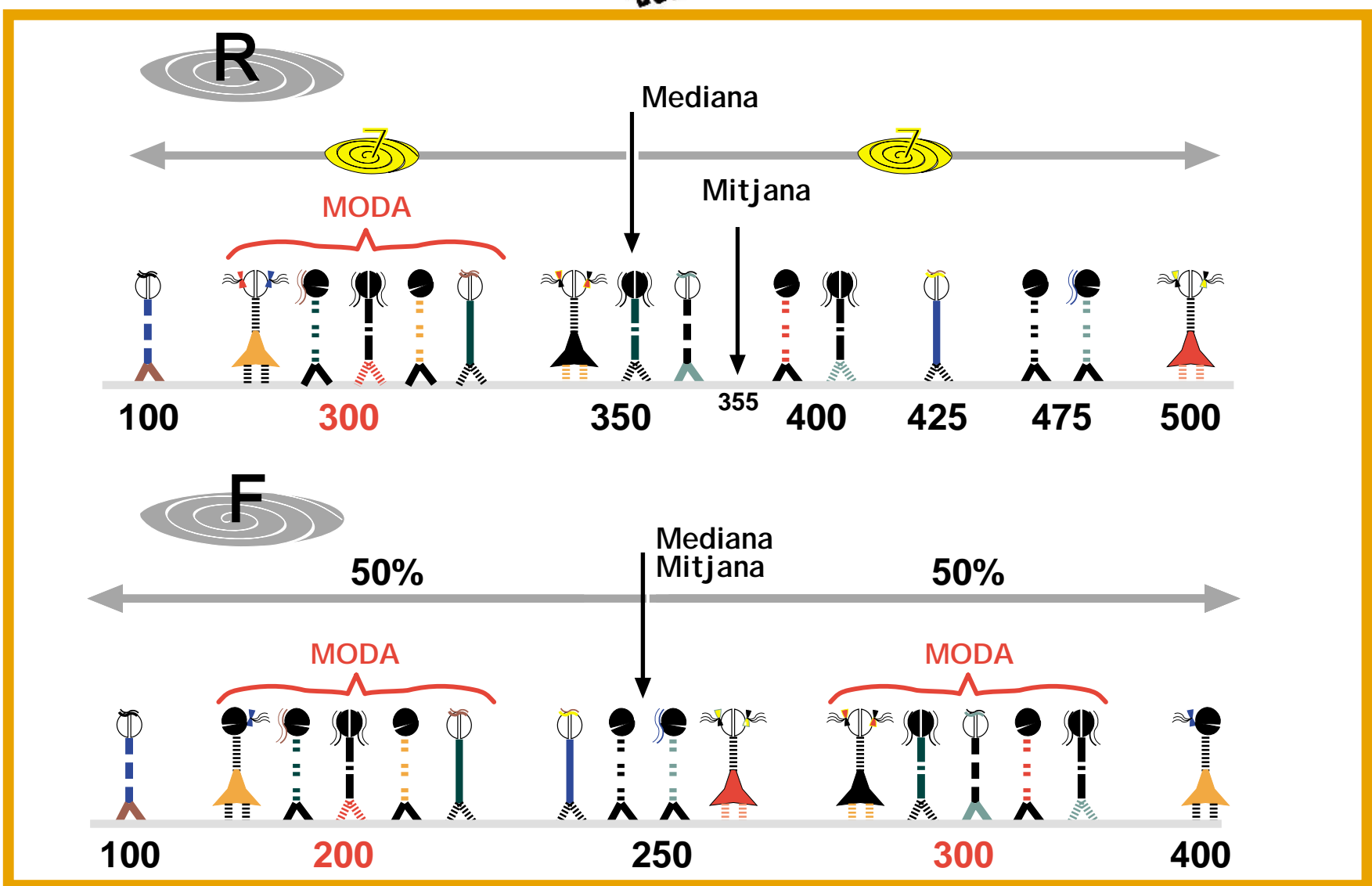


SERIA AIXÒ:

GRÀFIC











X	f	Xxf	Xf
10	1	10x1	10
11	1	11x1	11
12	1	12x1	12
Totals:	3		33

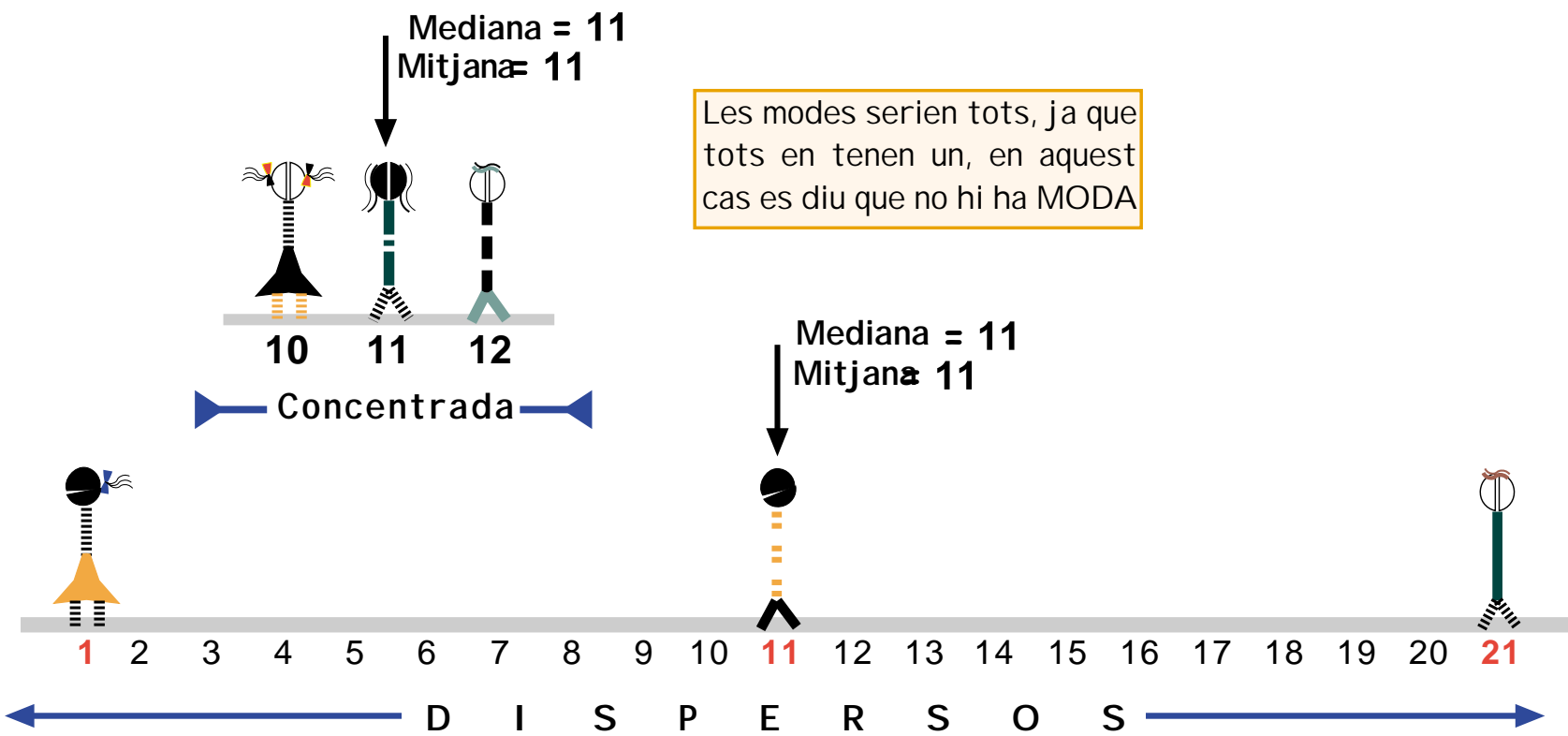
Mediana= 11
 Mitjana= $\frac{33}{3} = 11$
 MODA No n'hi ha

Concentrada

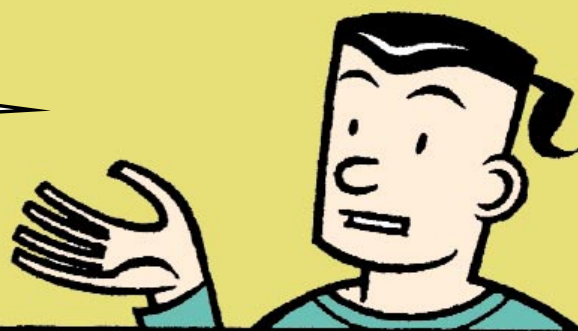
X	f	Xxf	Xf
1	1	1x1	1
11	1	11x1	11
21	1	21x1	21
Totals:	3		33

Mediana= 11
 Mitjana= $\frac{33}{3} = 11$
 MODA No n'hi ha

Dispersa



COM PODEU VEURE, EN AQUEST CAS, ALLÒ QUE DISTINGIRIA A UNA DISTRIBUCIÓ D'UNA ALTRA SERIA EL PARÀMETRE DE LA DESVIACIÓ, QUE MESURARI A LA SEVA CONCENTRACIÓ O DISPERSIÓ.





UN ALTRE CAS:

3	2	6	
4	4	16	Moda
5	3	15	Mediana
6	2	12	
7	1	7	
8	1	8	Mitjana = 8
48	1	48	
Σ	14	112	Mitjana = $\frac{112}{14} = 8$

3	2	6	
4	4	16	Moda
5	3	15	Mediana
6	2	12	Mitjana = 5,21
7	1	7	
8	1	8	
9	1	9	
Σ	14	73	Mitjana = $\frac{73}{14} = 5,21$

3	2	6	
4	4	16	Moda
5	2	10	Mediana
6	3	18	Mitjana = 5,29
7	1	7	
8	1	8	
9	1	9	
Σ	14	74	Mitjana = $\frac{74}{14} = 5,29$

EN AQUEST CAS PODEM VEURE QUE SI UN VALOR DE LES COES, ÉS A DIR, DEL PRINCIPI O DEL FINAL, MOLT DISPERS (COM HO ÉS EL VALOR 48), ES CANVIA PER UN DE MÉS CONCENTRAT, EL 9, LA MITJANA VARIA MOLT, PERÒ NO LA MEDIANA NI LA MODA.



ENCARA QUE SI EFECTUAM UN CANVI EN ELS VALORS CENTRALS, COM HO HEM FET EN LES DUES DARRERES, LA MEDIANA I LA MODA CONTINUEN IGUALS (ENCARA QUE PODRI EN VARIAR), MENTRE QUE LA MITJANA SOFREIX UNA PETITA VARIACIÓ.

AIXÒ MOTIVA QUE SE CERQUIN UNES MESURES QUE INDIQUIN SI LA DISTRIBUCIÓ ESTÀ MÉS O MENYS DISPERSA. LA MÉS UTILITZADA D'AQUESTES ÉS LA DESVIACIÓ TÍPICA O ESTÀNDAR, ENCARA QUE JA LA VEUREM A LES PRÀCTIQUES QUE PREPAREM. DE TOTA MANERA, PODEM REALITZAR UNA PETITA EXPERIÈNCIA DE DESVIACIÓ TÍPICA AMB EL TÍPIC EXEMPLE DELS POLLASTRES O CUIXOTS.





NO. PERQUÈ SI ESTUDIAM LA DESVIACIÓ TÍPICA I NO SOLAMENT LA MITJANA, LA COSA CANVIA.

	X	f	Xxf	Xf	X- \bar{X}	X- \bar{X}	(x- \bar{x}) ² f
	0	1	0x1	0	0-1	(-1)	1
	2	1	2x1	2	2-1	1	1
Σ sumes		2		2			2

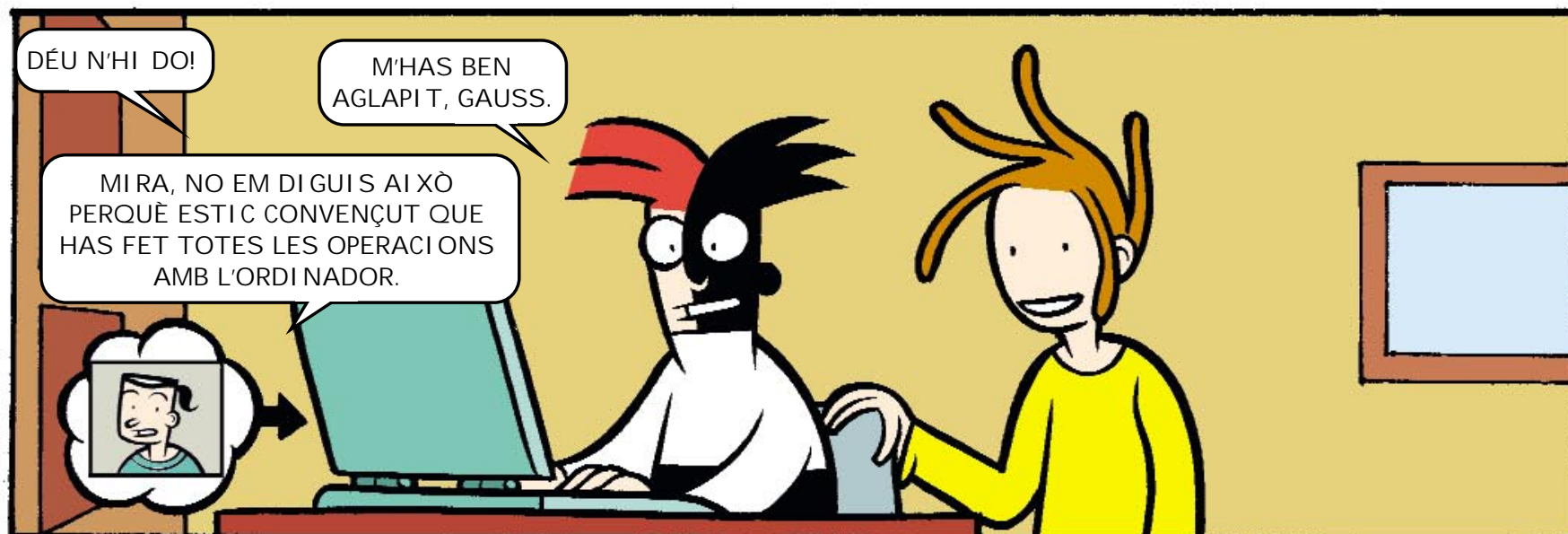
Mitjana = $\bar{X} = \frac{2}{2} = 1$

Desviació estàndard = $\sqrt{\frac{2}{2}} = 1$

LA DESVIACIÓ TÍPICA O ESTÀNDARD ES TROBA AMB AQUEST PROCEDIMENT:

- 1r. CALCULAM LA DIFERÈNCIA ENTRE CADA ELEMENT I LA MITJANA.
- 2n. L'ELEVAM AL QUADRAT (DESAPAREIXEN ELS NEGATIUS).
- 3r. MULTIPLICAM CADA UN PER LA FREQUÈNCIA (AQUÍ ÉS FÀCIL, PERQUÈ ELS CONVIDATS ACTUEN COM A FREQUÈNCIA I SÓN: UN I UN).
- 4t. ES DIVIDEIX PEL NOMBRE TOTAL DE FREQUÈNCIA (EN AQUEST CAS, DOS CONVIDATS).
- 5è. SE'N CALCULA LA REL QUADRADA.





X	f
0	1
2	1
	n=1+1=2

Multiplicam cada filera

Xxf
0
2
$\Sigma Xf=2$

Li restam la mitjana $X = \text{Mitjana} = \frac{\Sigma Xf}{n} = \frac{2}{2} = 1$

X - \bar{X}
-1
1

Ho elevam al quadrat

(X - \bar{X}) ²
1
1

Ho multiplicam per f

(X - \bar{X}) ² f
1X1 = 1
1X1 = 1
= 2

Ho dividim $\frac{\Sigma (X - \bar{X})^2 f}{n} = \frac{2}{2} = 1$

En fem la rel quadrada

$$\sqrt{1} = 1$$

Desviació estàndard = 1



	CUIXOTS	CONVIDATS				
	X	f	Xxf	Xf	X-\bar{X}	(x-\bar{x})²f
	0,5	1	0,5x1	0,5	0,5 -1	0,25
	1,5	1	1,5x1	1,5	1,5 -1	0,25
Σ sumes		2		2		0,50

Mitjana = $\bar{X} = \frac{2}{2} = 1$

Desviació estàndard = $\sqrt{\frac{0,5}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

DONCS JO HO CALCULARÉ EN EL CAS QUE CADASCUN ES MENGI UN CUI XOT:



	CUIXOTS	CONVIDATS				
	X	f	Xxf	Xf	X-\bar{X}	(x-\bar{x})²f
	1	1	1x1	1	1 -1	0
	1	1	1x1	1	1 -1	0
Σ sumes		2		2		0

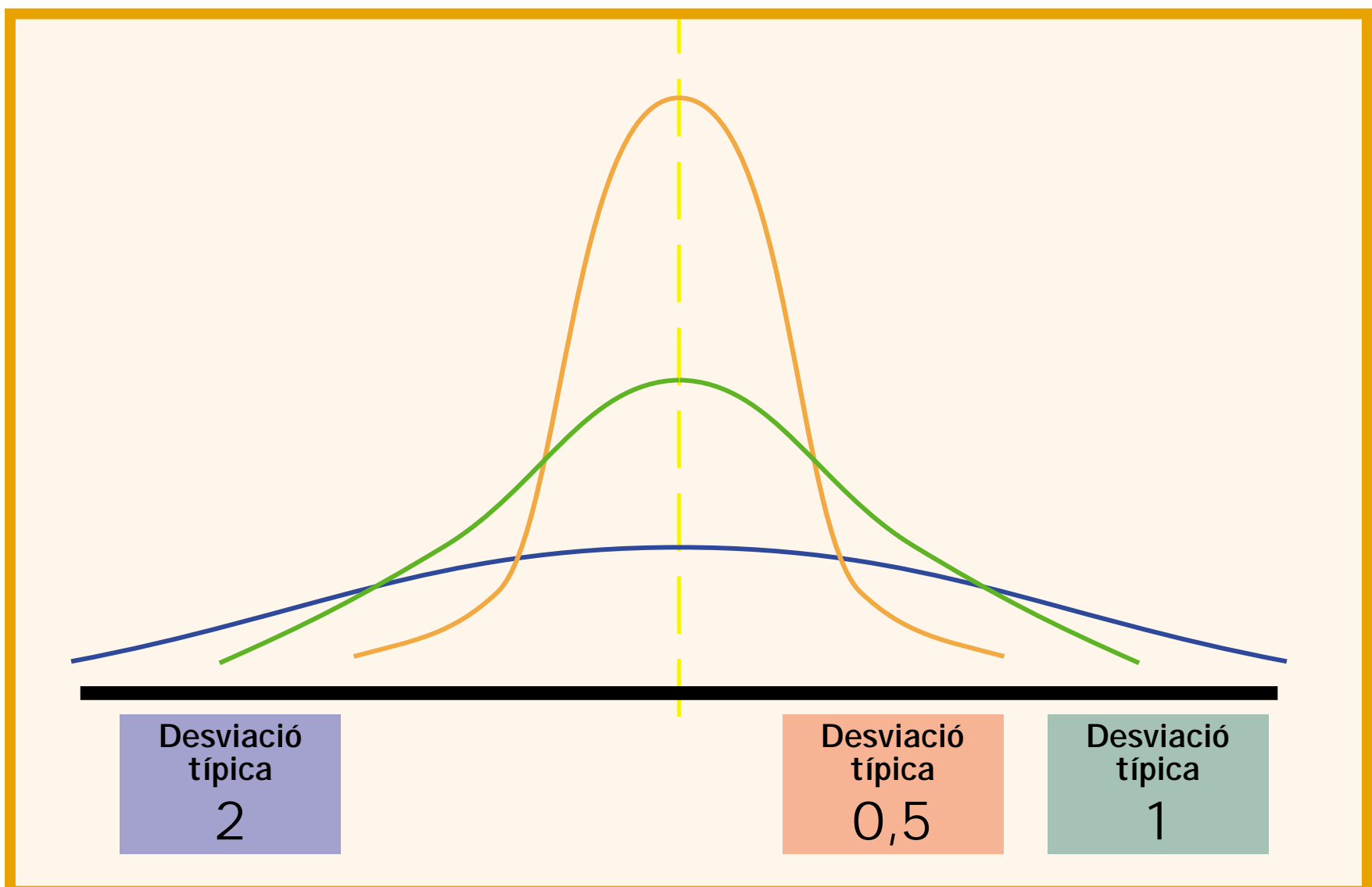
Mitjana = $\bar{X} = \frac{2}{2} = 1$

Desviació estàndard = $\sqrt{\frac{0}{2}} = 0$





SÍ, EL MÉS BO VE ARA. AQUESTA DISTRIBUCIÓ, QUE S'ANOMENA "NORMAL", TÉ FORMA DE CAMPANA. AI XÍ:





I ES CONEIX COM...



PORROPOMPOMPOMPOM!!!



CORBA O CAMPANA DE GAUSS!!!



LA CORBA DE GAUSS POT SER MOLT "NORMAL", PERÒ EL NOSTRE GAUSS, NORMAL, ALLÒ QUE ES DIU NORMAL, NO ÉS QUE HO SIGUI GAIRE, PERQUÈ L'AL·LOT ÉS... BON AL·LOT I FEINER.



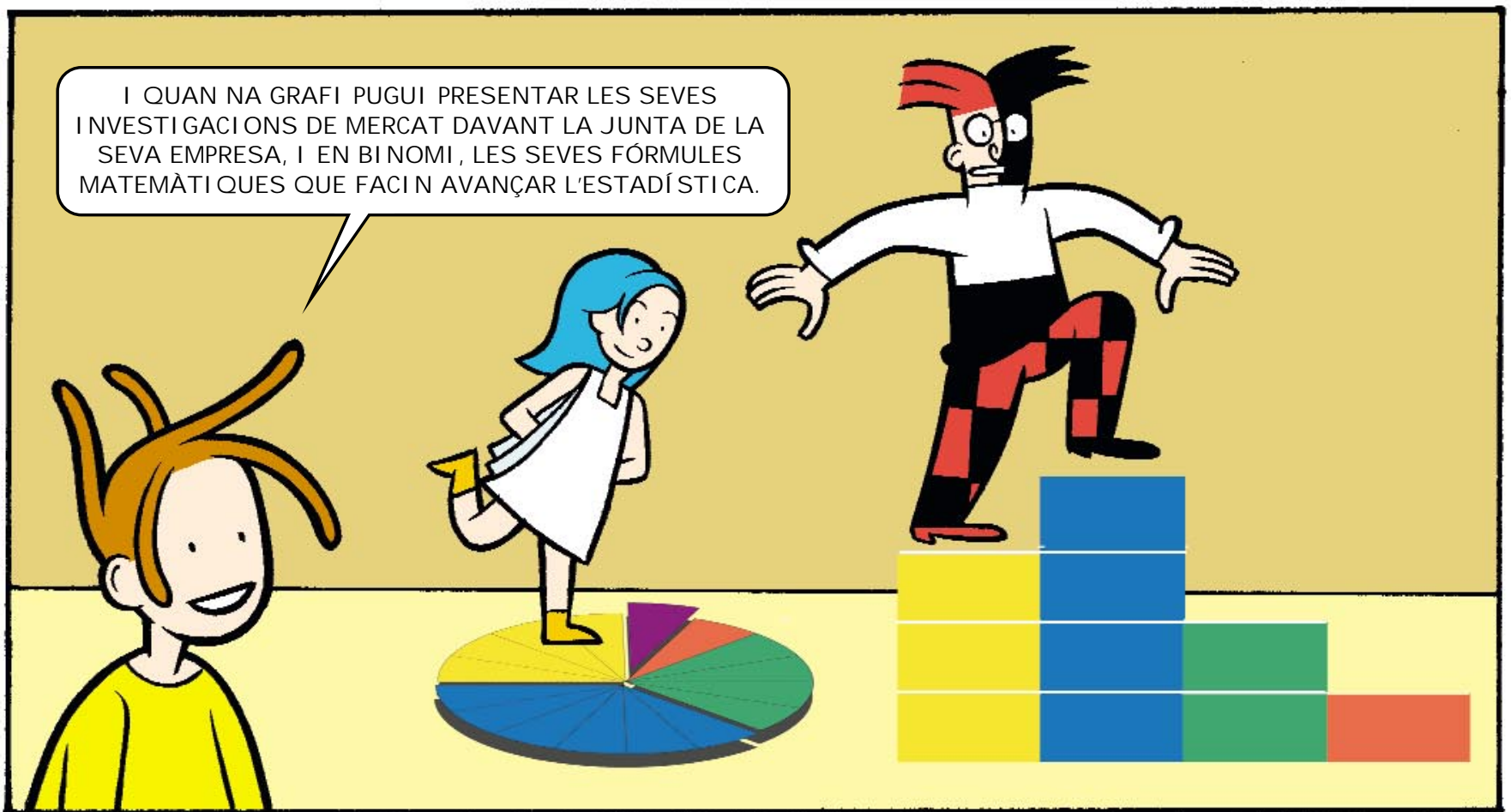
I JA VEURÀS QUAN FACI CLASSES A LA UNIVERSITAT I DESCOBREIXI TEORIES NOVES.



I QUAN N'ATZARETA TENGUI UN CENTRE D'INVESTIGACIÓ DE PROBABILITATS I UNA PENYA DE TRAVESSES.



DONCS NO ET PERDIS N'ENDEVI NALL AJUDANT AMB EL TRACTAMENT ESTADÍSTIC EN LA INVESTIGACIÓ D'UNA NOVA VACUNA, I NA 55 EN LES SEVES DETALLADES ANÀLISIS SOCIOLÒGIQUES!



I QUAN NA GRAFI PUGUI PRESENTAR LES SEVES INVESTIGACIONS DE MERCAT DAVANT LA JUNTA DE LA SEVA EMPRESA, I EN BI NOMI, LES SEVES FÓRMULES MATEMÀTIQUES QUE FACI N AVANÇAR L'ESTADÍSTICA.



JA N'HI HA PROU. PERQUÈ JO, QUE ESTIC ESTUDIANT EN SÒCRATES, ARA SÉ QUE NO SÉ RES. ENCARA QUE COMPRENC MÉS COSES I MILLOR.



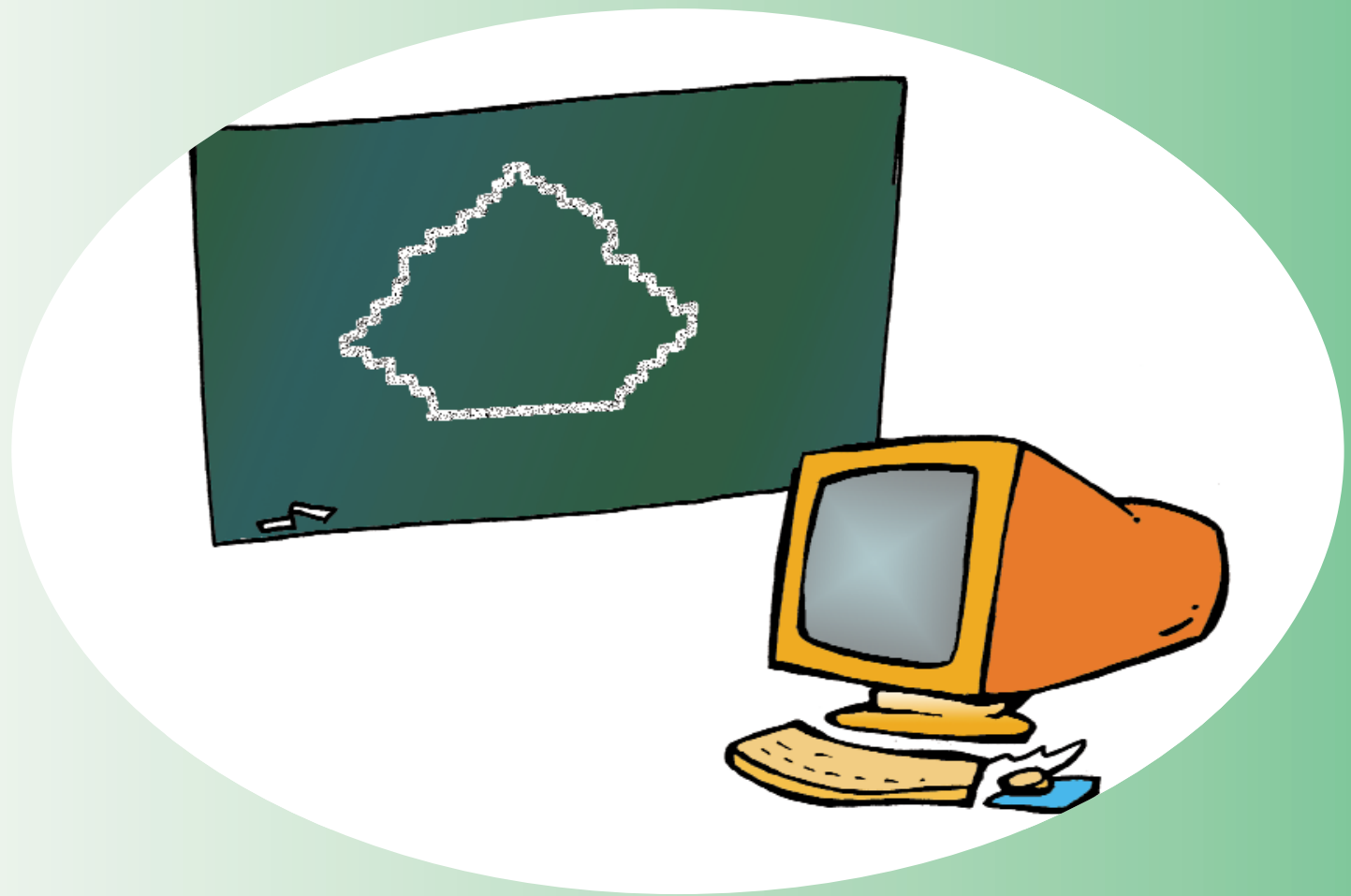
DONCS JO VOS PUC DIR, ESTADÍSTICAMENT PARLANT, QUE "ESTIC SEGUR QUE TENC UNA PROBABILITAT DEL 0,3 D'ESTAR EQUIVOCAT".



MOLTS D'ANYS!

FI

ANNEXOS



LLANÇAMENT DE MONEDA 8 VEGADES

RECOMPTE DE CARES: _____

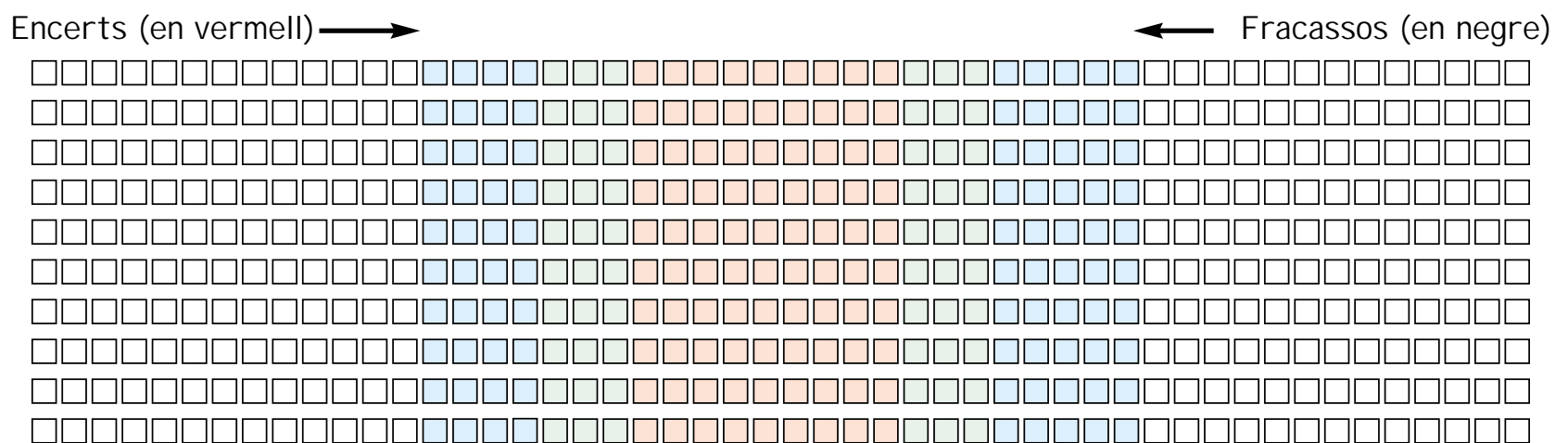
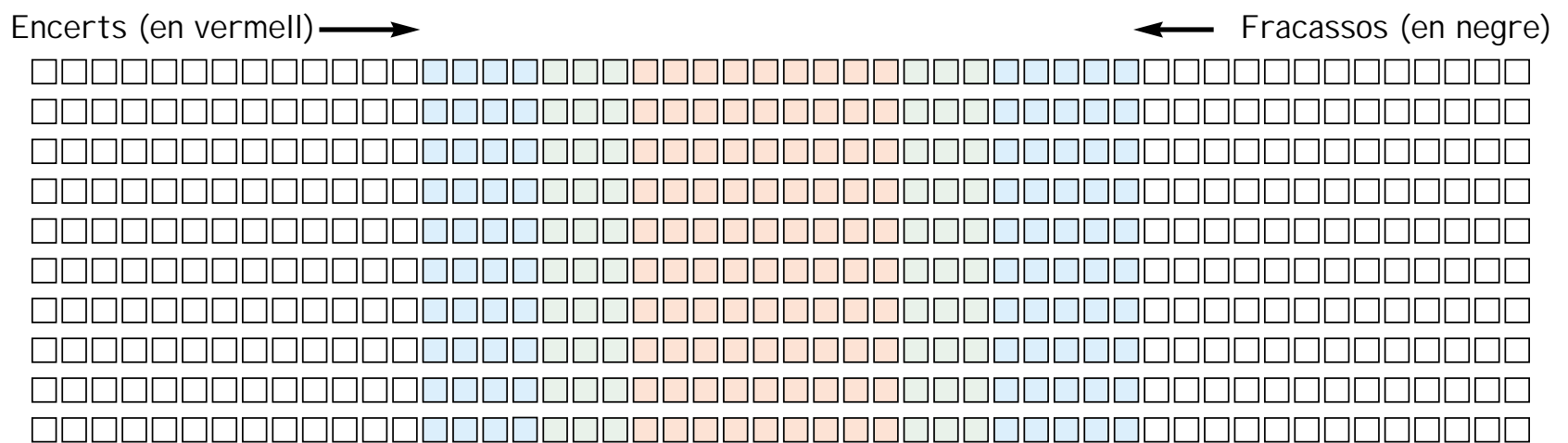
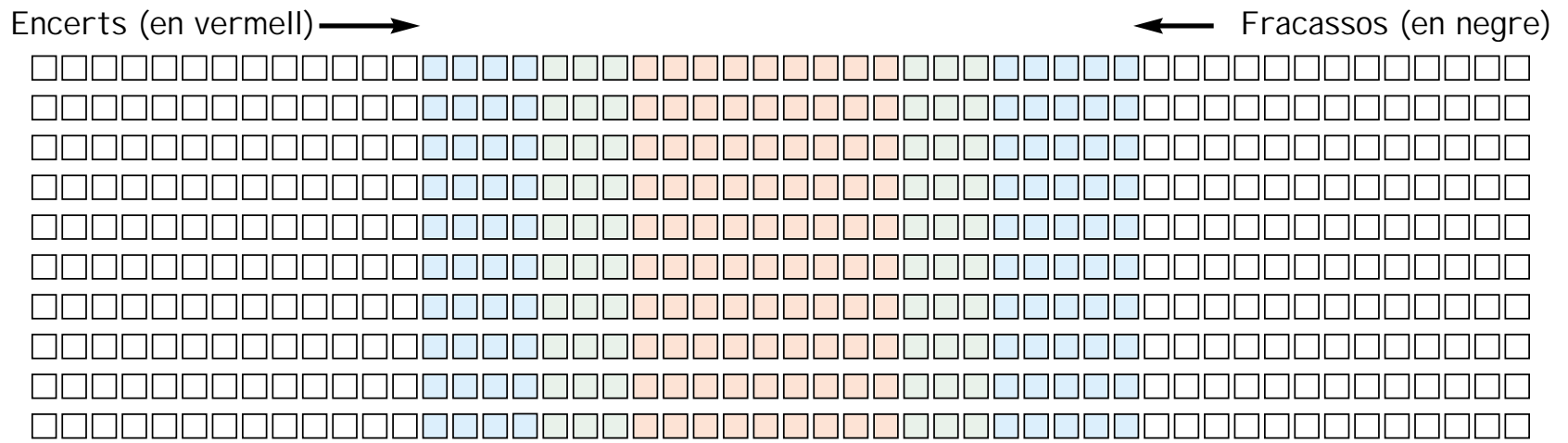
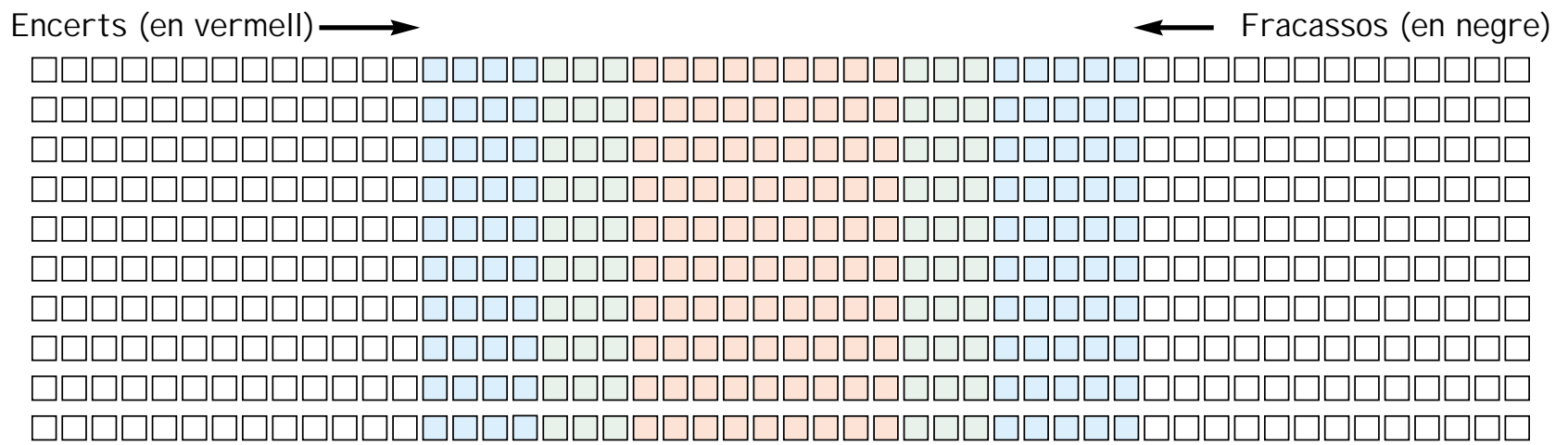
RECOMPTE DE CREUS: _____

Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)

Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)

Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)
Cares → (en vermell)	← Creus (en blau)

LLANÇAMENT DE MONEDA 50 VEGADES



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50



TREUS ALGUNA CONCLUSIÓ DELS COLORS?

ANNEX 3

CALCULADOR DE PROBABILITATS

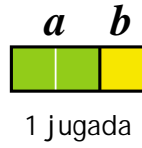
PROBABILITAT

ÈXIT $\frac{2}{3}$
FRACÀS $\frac{1}{3}$

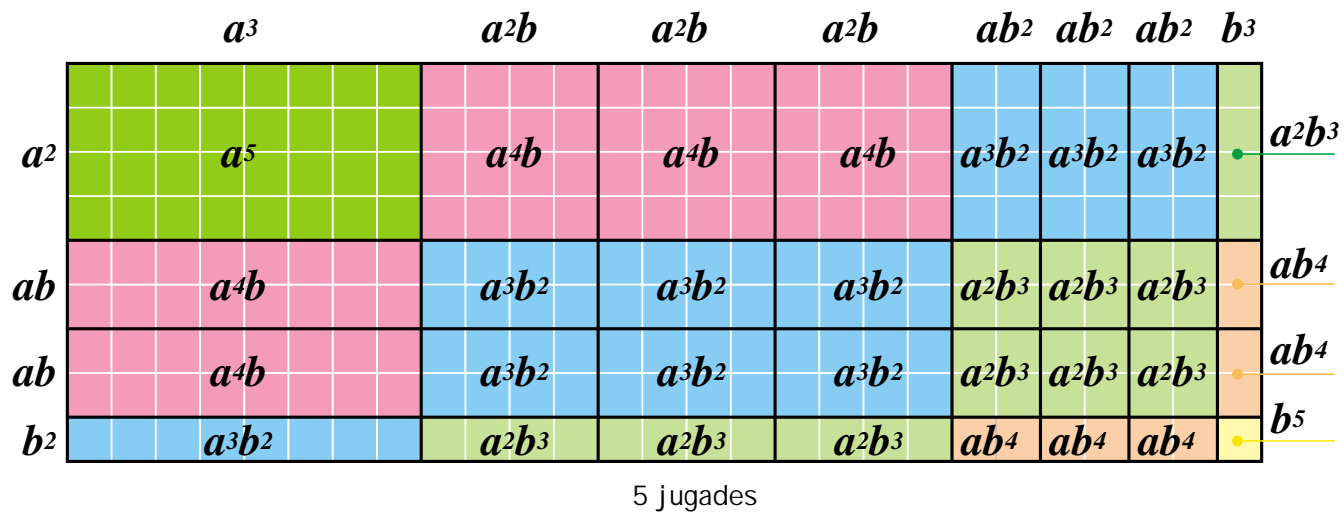
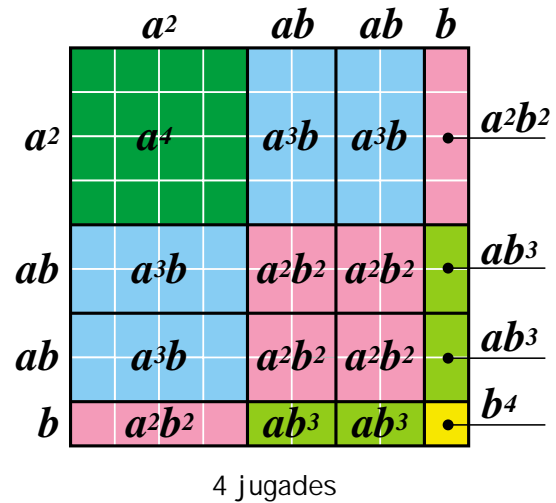
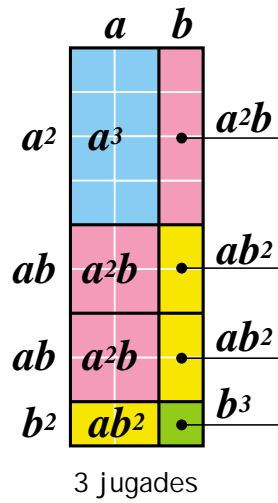
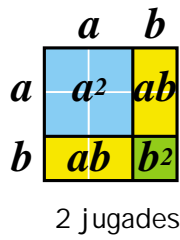
1 jugada

CONSTRUCCIÓ

1 jugada Quadre (a+b)
2 jugades $(a+b)^2 = (a+b) \times (a+b)$
3 jugades $(a+b)^3 = (a+b)^2 \times (a+b)$
4 jugades $(a+b)^4 = (a+b)^2 \times (a+b)^2$
5 jugades $(a+b)^5 = (a+b)^4 \times (a+b) = (a+b)^3 \times (a+b)^2$



Dividir el nombre de quadres del monomi corresponent entre el total de quadres



EXEMPLE: Probabilitat en 4 jugades de tenir 4 èxits
 Probabilitat en 4 jugades de tenir 3 èxits i 1 fracàs
 Probabilitat en 4 jugades de tenir 2 èxits i 2 fracassos
 Probabilitat en 4 jugades de tenir 1 èxit i 3 fracassos
 Probabilitat en 4 jugades de tenir 4 fracassos

QUADRES	QUADRES DE a ⁴	QUADRES TOTALS	PROBABILITAT
a x a x a x a = a ⁴	1 x 16 = 16	81=	0,1975
a x a x a x b = a ³ b	4 x 8 = 32	81=	0,3950
a x a x b x b = a ² b ²	6 x 4 = 24	81=	0,2962
a x b x b x b = ab ³	4 x 2 = 8	81=	0,0098
b x b x b x b = b ⁴	1 x 1 = 1	81=	0,0123
			TOTAL=1

PROBABILITAT

ÈXIT $\frac{2}{3}$

FRACÀS $\frac{1}{3}$

1 jugada

		1	2	3	4	5	6
a			a^2				ab
b			ab				b^2

2 jugades

		a^2	ab	ab	b^2
2		a^4	a^3b	a^3b	a^2b^2
b		a^3b	a^2b^2	a^2b^2	ab^3
b		a^3b	a^2b^2	a^2b^2	ab^3
2		a^2b^2	ab^3	ab^3	b^4

4 jugades

ANNEX 5

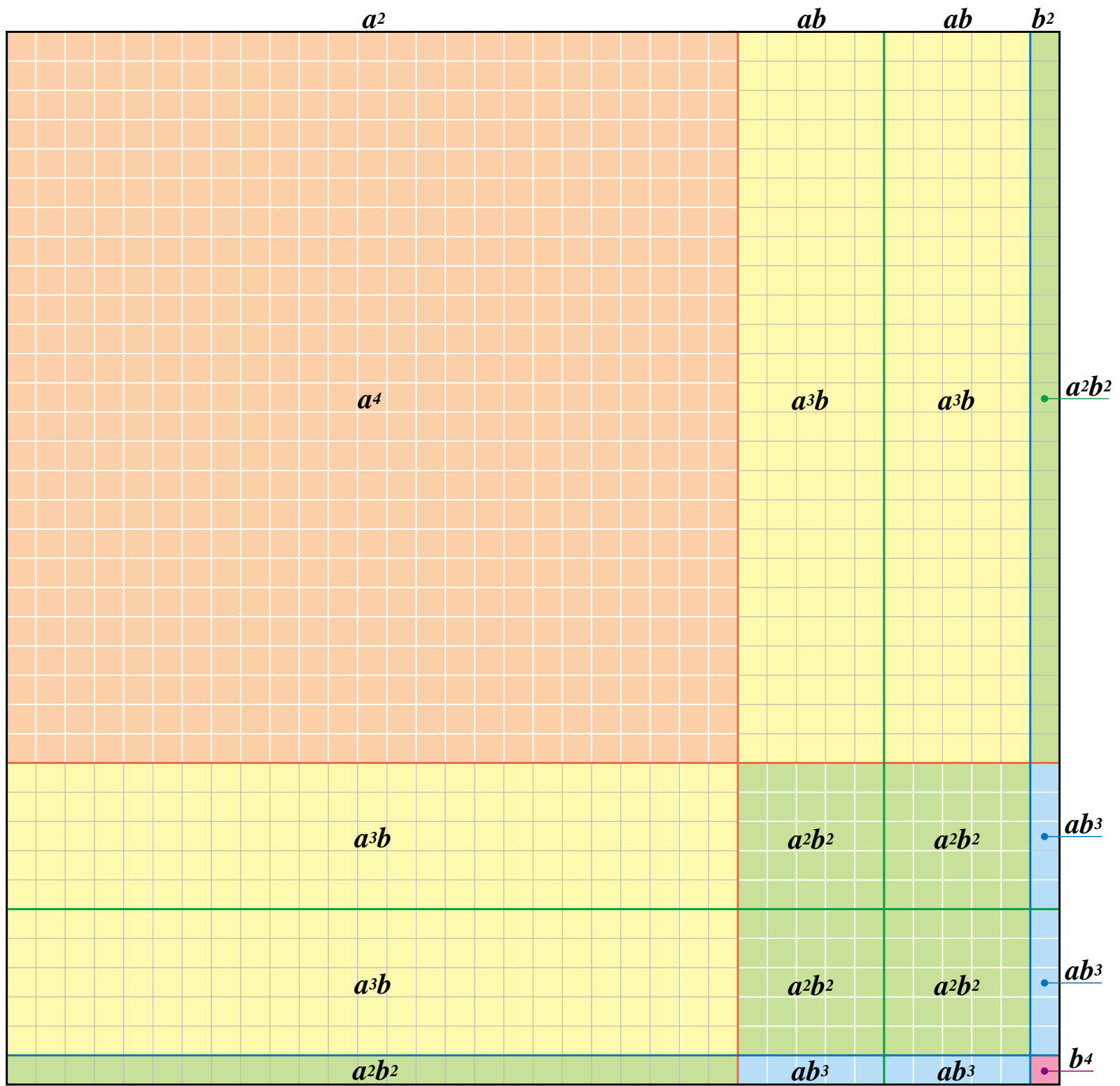
PROBABILITAT

1 jugada

ÈXIT $\frac{5}{6}$
FRACÀS $\frac{1}{6}$

	1				
	2				
a	3		a^2		ab
	4				
	5				
b	6		ab		b^2

2 jugades

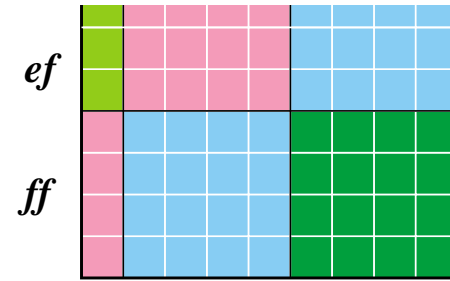


4 jugades

PROBABILITAT

ÈXIT	$\frac{1}{3}$
FRACÀS	$\frac{2}{3}$

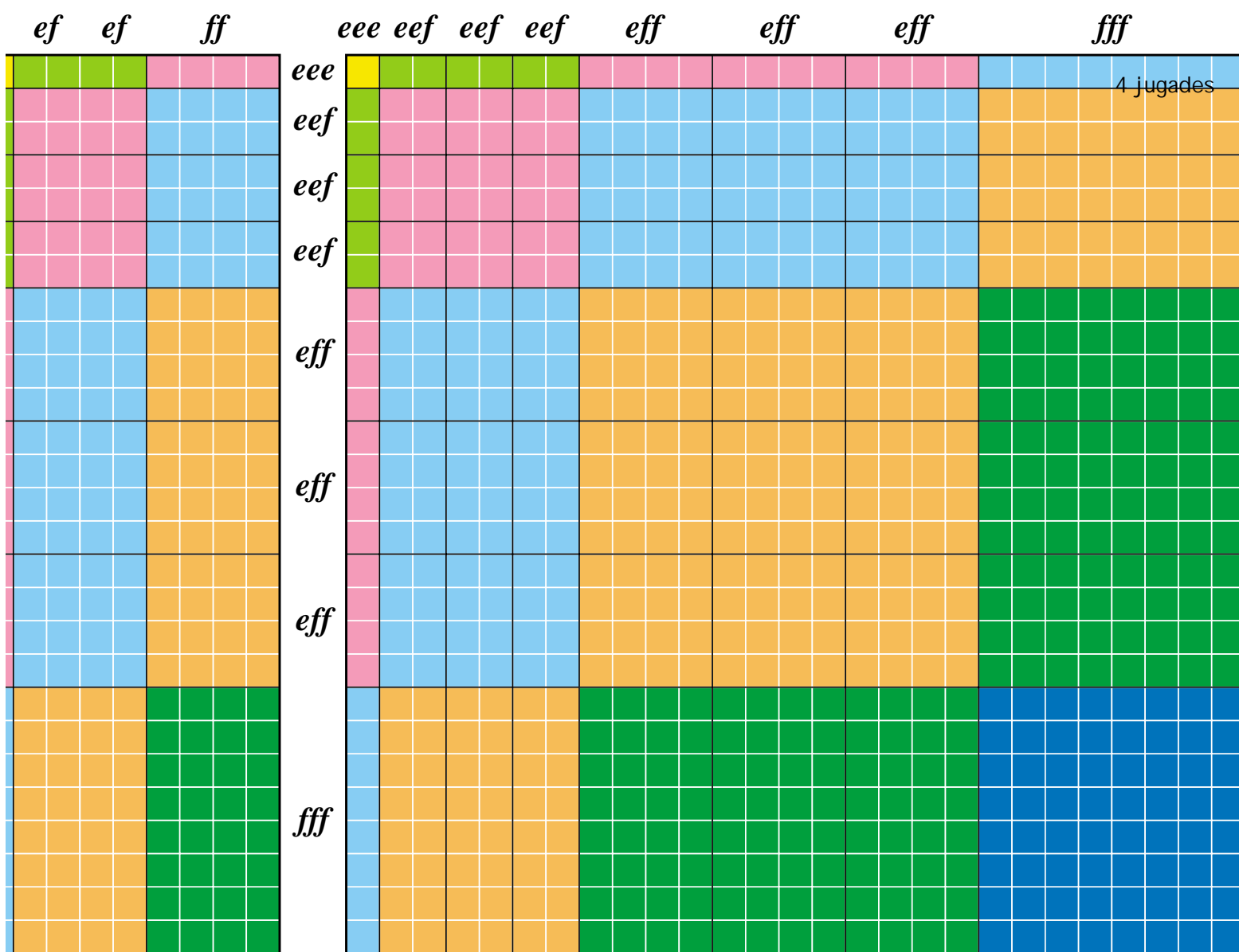
1 jugada



1 jugada

2 jugades

3 jugades



5 jugades

6 jugades

PROBABILITAT

1 jugada

ÈXIT	$\frac{1}{2}$
FRACÀS	$\frac{1}{2}$

ESPAIS MOSTRALS

CARA (èxit) CREU (fracàs)

DE

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, I 9 JUGADES

1

<i>e</i>	<i>f</i>

2

	<i>e</i>	<i>f</i>
<i>e</i>		
<i>f</i>		

3

	<i>ee</i>	<i>ef</i>	<i>ef</i>	<i>ff</i>
<i>e</i>				
<i>f</i>				

4

	<i>ee</i>	<i>ef</i>	<i>ef</i>	<i>ff</i>
<i>ee</i>				
<i>ef</i>				
<i>ef</i>				
<i>ff</i>				

5

	<i>ee</i>	<i>ef</i>	<i>ef</i>	<i>ff</i>
<i>eee</i>				
<i>eef</i>				
<i>eef</i>				
<i>eef</i>				
<i>eff</i>				
<i>eff</i>				
<i>eff</i>				
<i>fff</i>				

6

	<i>eee</i>	<i>eef</i>	<i>eef</i>	<i>eef</i>	<i>eff</i>	<i>eff</i>	<i>eff</i>	<i>fff</i>
<i>eee</i>								
<i>eef</i>								
<i>eef</i>								
<i>eef</i>								
<i>eff</i>								
<i>eff</i>								
<i>eff</i>								
<i>fff</i>								

7

	<i>eee</i>	<i>eef</i>	<i>eef</i>	<i>eef</i>	<i>eff</i>	<i>eff</i>	<i>eff</i>	<i>fff</i>
<i>eeee</i>								
<i>eeef</i>								
<i>eeef</i>								
<i>eeef</i>								
<i>eeef</i>								
<i>eeff</i>								
<i>eeff</i>								
<i>eeff</i>								
<i>eeff</i>								
<i>efff</i>								
<i>efff</i>								
<i>efff</i>								
<i>efff</i>								
<i>ffff</i>								

ANNEX 8

I lles Balears Alumnat

Cursos	Infantil	Índex	Primària	Índex	ESO	Índex
88-89	19957	1,012737237	96772	1,125989016		
89-90	19958	1,012787983	95596	1,112305687		
90-91	19220	0,975337461	92481	1,076061156		
91-92	19313	0,980056835	89024	1,035837289		
92-93	19706	1	85944	1	4432	1
93-94	20123	1,021161068	83197	0,968037327	8683	1,95916065
94-95	20719	1,051405663	80008	0,93093177	10742	2,423736462
95-96	22063	1,119608241	77419	0,900807503	13609	3,070622744
96-97	23169	1,175733279	64165	0,746590803	28975	6,537680505
97-98	23982	1,216990	55294	0,643372429	38872	8,770758123
98-99	24449	1,240688115	55600	0,646932887	39821	8,984882671

I lles Balears Alumnat

Cursos	BUP-COU	Batx.-LOGSE	Batx. Exper.	Total	Índex
88-89	21209		813	22022	
89-90	21982		1240	23222	
90-91	22185		2664	24849	
91-92	22590		4922	27512	
92-93	21038	921	2567	24526	1
93-94	19926	2646	237	22809	0,929992661
94-95	18513	3911		22424	0,914295034
95-96	15571	5019		20590	0,839517247
96-97	11772	5551		17323	0,706311669
97-98	8901	7100		16001	0,652410
98-99	4946	9083		14029	0,572005219

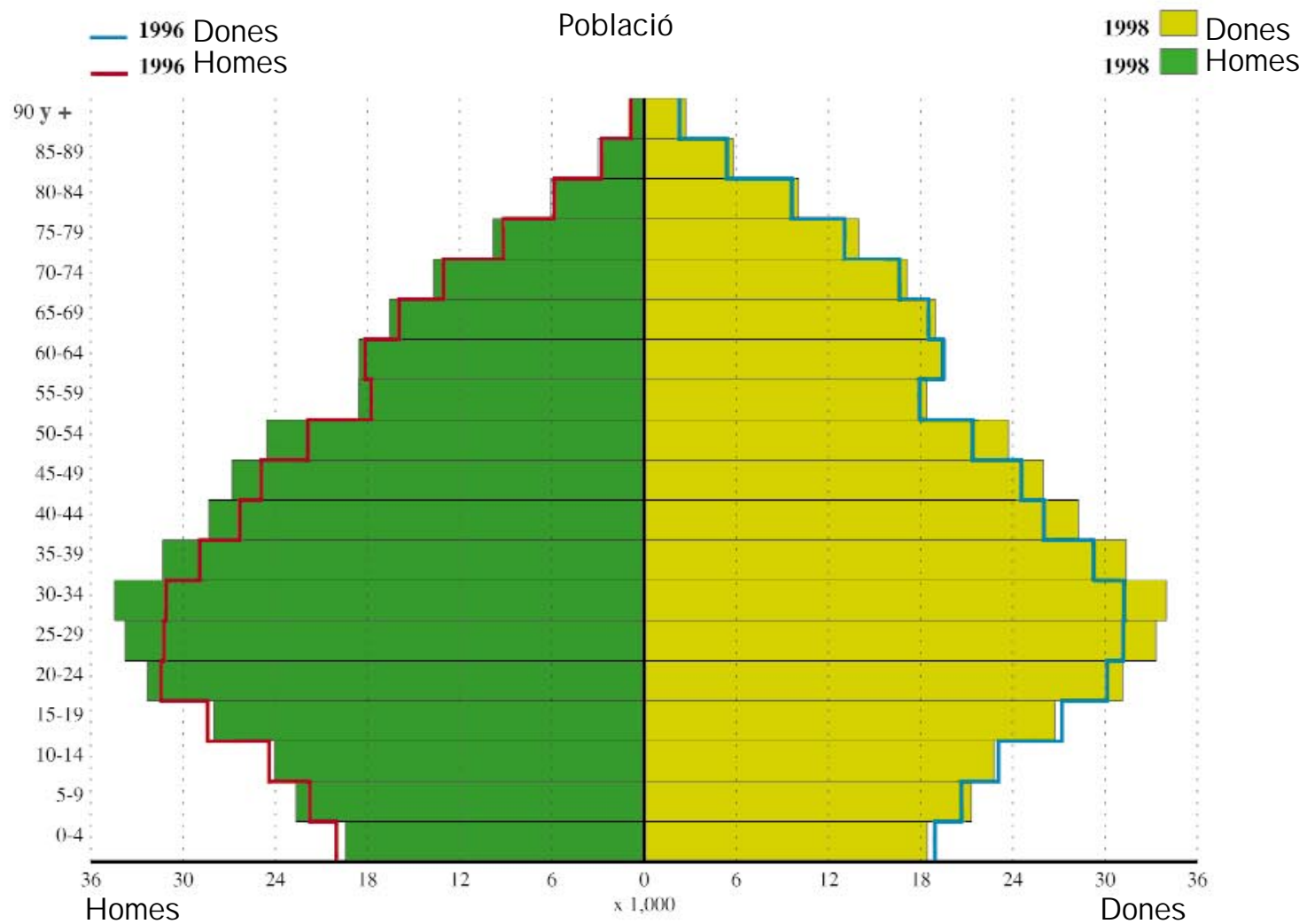
I lles Balears Alumnat

Cursos	FP1	Índex	FP2	Índex	CFGM	Índex	CFGS	Índex
88-89	7108	1,1176	4056	0,8793				
89-90	7049	1,1083	4172	0,9044				
90-91	6360	1	4613	1	75	1	76	1
91-92	5114	0,8041	4996	1,0830	180	2,4000	243	3,1974
92-93	3919	0,6162	5062	1,0973	553	7,3733	226	2,9737
93-94	2662	0,4186	4697	1,0182	813	10,8400	300	3,9474
94-95	2318	0,3645	3826	0,8294	1050	14,0000	394	5,1842
95-96	1789	0,2813	2588	0,5610	1225	16,3333	698	9,1842
96-97	1360	0,2138	1738	0,3768	1763	23,5067	993	13,0658
97-98	686	0,1079	1016	0,2202	2466	32,8800	1481	19,4868
98-99	184	0,0289	480	0,1041	2903	38,7067	1774	23,3421

Població per grup d'edat i sexe

	Total		Homes		Dones	
	1996	1998	1996	1998	1996	1998
Total	760.379	796.483	373.891	392.835	386.488	403.648
0-4	38.949	37.840	20.022	19.412	18.927	18.428
5-9	42.390	43.953	21.735	22.654	20.655	21.299
10-14	47.476	46.815	24.406	24.034	23.070	22.781
15-19	55.607	54.748	28.404	28.000	27.203	26.748
20-24	61.557	63.466	31.429	32.326	30.128	31.140
25-29	62.408	67.097	31.237	33.776	31.171	33.321
30-34	62.372	68.463	31.130	34.462	31.242	34.001
35-39	58.176	62.695	28.925	31.320	29.251	31.375
40-44	52.343	56.586	26.325	28.319	26.018	28.267
45-49	49.463	52.776	24.905	26.796	24.558	25.980
50-54	43.245	48.277	21.864	24.554	21.381	23.723
55-59	35.683	36.969	17.743	18.573	17.940	18.396
60-64	37.627	38.146	18.180	18.540	19.447	19.606
65-69	34.469	35.504	15.955	16.552	18.514	18.952
70-74	29.669	30.816	13.049	13.704	16.620	17.112
75-79	22.198	23.792	9.161	9.823	13.037	13.969
80-84	15.445	16.106	5.829	6.062	9.616	10.044
85-89	8.156	8.763	2.757	2.972	5.399	5.791
90 i més	3.146	3.671	835	956	2.311	2.715

Població per grup d'edat i sexe



ANNEX 10

MUNICIPI	TOTAL	HOMES	DONES
Illes Balears	796483	392835	403648
Alaró	3834	1834	2000
Alcúdia	10581	5345	5236
Algaida	3542	1766	1776
Andratx	8333	4164	4169
Artà	5936	2963	2973
Banyalbufar	503	264	239
Binissalem	5019	2424	2595
Búger	951	470	481
Bunyola	4338	2144	2194
Calvià	32587	16293	16294
Campanet	2277	1115	1162
Campos	6944	3478	3466
Capdepera	6752	3374	3378
Consell	2210	1090	1120
Costitx	849	415	434
Deià	625	311	314
Escorca	275	148	127
Esporles	3811	1900	1911
Estellencs	338	176	162
Felanitx	14600	7268	7332
Fornalutx	580	290	290
Inca	21103	10425	10678
Lloret de Vistalegre	837	415	422
Lloseta	4529	2231	2298
Llubí	1893	926	967
Llucmajor	21771	10804	10967
Manacor	30177	14988	15189
Mancor de la Vall	936	453	483
Maria de la Salut	1733	861	872
Marratxí	18084	9101	8983
Montuïri	2235	1105	1130
Muro	6028	2979	3049
Palma	319181	154748	164433
Petra	2571	1244	1327
Pollença	13450	6713	6737
Porreres	4226	2102	2124

sa Pobla	10064	5169	4895
Puigpunyent	1163	576	587
Sencelles	1969	1009	960
Sant Joan	1662	826	836
Sant Llorenç	5594	2793	2801
Santa Eugènia	1114	548	566
Santa Margalida	7107	3532	3575
Santa Maria del Camí	4558	2243	2315
Santanyí	7974	4026	3948
Selva	2918	1425	1493
ses Salines	3240	1642	1598
Sineu	2616	1278	1338
Sóller	11207	5565	5642
Son Servera	8065	4061	4004
Valldemossa	1599	779	820
Vilafranca de Bonany	2249	1101	1148
Ariany	772	379	393
MALLORCA	637510	313279	324231
Alaior	7046	3490	3556
Ciutadella	21785	10853	10932
Ferrerries	3921	2050	1871
Maó	22358	10878	11480
es Mercadal	2723	1353	1370
Sant Lluís	4106	2058	2048
es Castell	6005	3017	2988
es Migjorn Gran	1126	576	550
MENORCA	69070	34275	34795
Formentera	5859	2966	2893
Eivissa	31582	15728	15854
Sant Antoni	14849	7507	7342
Sant Josep	13364	6815	6549
Sant Joan	3943	1991	1952
Santa Eulàlia	20306	10274	10032
EIVISSA	84044	42315	41729

Taula d'alçades en centímetres de 40 alumnes de primària:

145	148	152	167	170	132	120	139
160	162	167	171	170	148	168	175
149	151	155	172	167	163	151	142
144	147	141	150	140	152	161	170
169	149	151	152	163	164	170	142

Taula ordenada en ordre creixent

120	132	139	140	141	142	142	144
1	2	3	4	5	6	7	8
145	147	148	148	149	149	150	151
9	10	11	12	13	14	15	16
151	151	152	152	152	155	160	161
17	18	19	20	21	22	23	24
162	163	163	164	167	167	167	168
25	26	27	28	29	30	31	32
169	170	170	170	170	171	172	175
33	34	35	36	37	38	39	40

Mediana : 152 (←-----20-----|-----20----->)

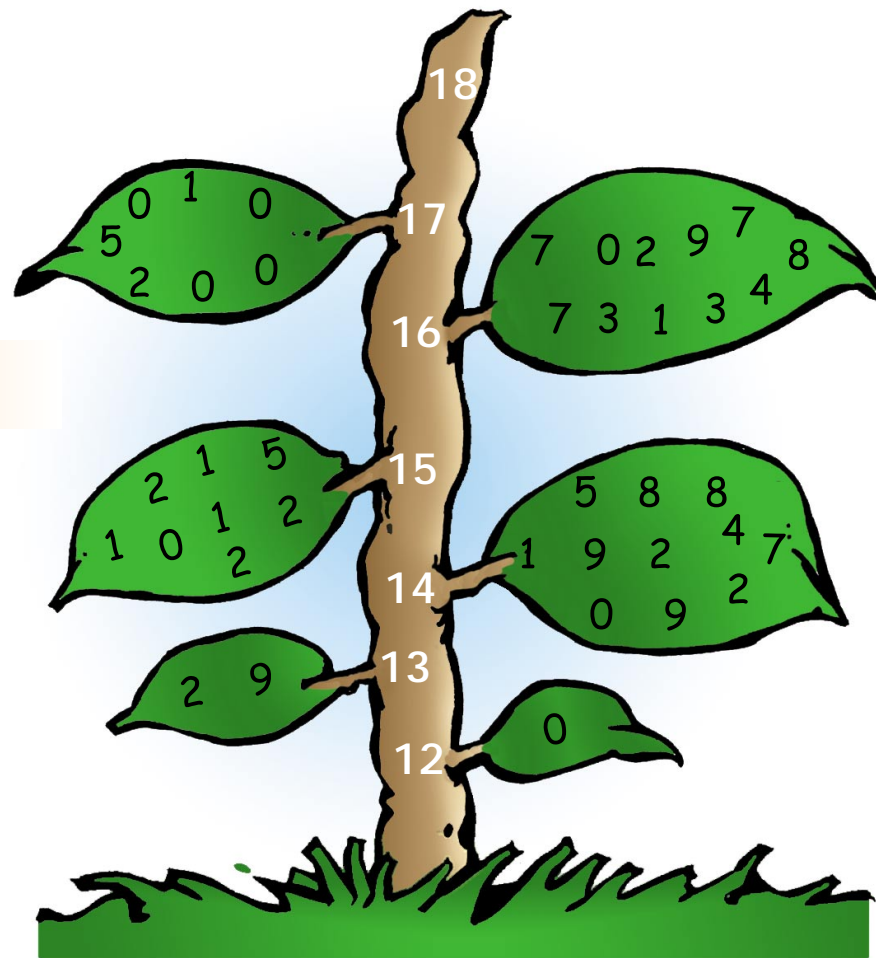


Diagrama de "tiges i fulles"

Desena dels	120	12:	0
Desena dels	130	13:	2 9
Desena dels	140	14:	0 1 2 2 4 5 7 8 8 9 9
Desena dels	150	15:	0 1 1 1 2 2 2 5
Desena dels	160	16:	0 1 2 3 3 4 7 7 7 8 9
Desena dels	170	17:	0 0 0 0 1 2 5

x	f	xf	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})^2f$
120	1	120	-35,225	1240,801	1240,801
132	1	132	-23,225	539,401	539,401
139	1	139	-16,225	231,801	231,801
140	1	140	-15,225	202,351	202,351
141	1	141	-14,225	202,351	202,351
142	2	284	-13,225	174,901	349,801
144	1	144	-11,225	126,001	126,001
145	1	145	-10,225	104,551	104,551
147	1	147	-8,225	67,651	67,651
148	2	296	-7,225	52,201	104,401
149	2	298	-6,225	38,751	77,501
150	1	150	-5,225	27,301	27,301
151	3	453	-4,225	17,851	53,552
152	3	456	-3,225	10,401	31,202
155	1	155	-0,225	0,051	0,051
160	1	160	4,775	22,801	22,801
161	1	161	5,775	33,351	33,351
162	1	162	6,775	45,901	45,901
163	2	326	7,775	60,451	120,901
164	1	164	8,775	77,001	77,001
167	3	501	11,775	138,651	415,952
168	1	168	12,775	163,201	163,201
169	1	169	13,775	189,751	189,751
170	4	680	14,775	218,301	873,203
171	1	171	15,775	248,851	248,851
172	2	172	16,775	281,401	281,401
175	1	175	19,775	391,051	391,051
Sumes	40	6209			6282,975

50%
Mediana
50%
Moda=170

$$\text{Mitjana} = \frac{6209}{40} = 155,225$$

$$\text{Variància} = \frac{6282,975}{40} = 157,074$$

$$\text{Desviació estàndard} = \sqrt{\text{Variància}} = 12,533$$



**GOVERN
DE LES ILLES BALEARS**

Vicepresidència
Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria
Direcció General d'Economia

ibae
INSTITUT BALEAR
D'ESTADÍSTICA